

LEHRBUCH

Peter F. Orlowski

# Praktische Regeltechnik

Anwendungsorientierte Einführung für  
Maschinenbauer und Elektrotechniker

10. Auflage



 Springer Vieweg

wisse Vollendung

getreu den Wurzeln



# Vorwort

Die vorliegende zehnte Auflage des bewährten Buches der Regeltechnik wurde in einigen Kapiteln überarbeitet. Es sind mehrere Aufgaben mit Lösungen dazu gekommen.

Weiterhin steht der kostenfreie Download des Simulationsprogramms SIMLER-PC 6.0 und der MATLAB Simulink Benutzeroberflächen mit PID-Algorithmen zur Verfügung.

Auf der Homepage des Fachbereichs ME unter: [www.me.thm.de](http://www.me.thm.de)

bzw. der Homepage des Autor unter: [www.prof-orlowski.jimdo.com](http://www.prof-orlowski.jimdo.com)

Ebenfalls auf der Homepage des Autors finden sich Videos mit regeltechnischen Aufgabenstellungen.

Linden, Sommer 2013

Peter F. Orłowski

# Inhaltsverzeichnis

1	Grundbegriffe der Regeltechnik .....	1
	1.1 Steuerung .....	1
	1.2 Regelung .....	3
	1.3 Begriffe und Definitionen .....	5
	1.4 Wirkschaltplan, Blockschaltplan .....	7
2	Berechnung von Regelkreisen .....	10
	2.1 Stationäres Verhalten .....	10
	2.1.1 Verstärkungen .....	10
	2.1.2 Störgrößen .....	12
	2.1.3 Statische Kennlinien .....	18
	2.2 Dynamisches Verhalten .....	26
	2.2.1 Differentialgleichungen .....	27
	2.2.2 Sprung-, Rampen- und Fahrkurvenfunktion .....	29
	2.2.3 Komplexe Rechnung .....	36
	2.2.4 Carson-Laplace-Transformation .....	38
	2.2.5 Übertragungsfunktion und Frequenzgang .....	47
3	Regelkreisglieder.....	60
	3.1 Lineare Regelkreisglieder .....	64
	3.1.1 P-Glied .....	64
	3.1.2 I-Glied .....	67
	3.1.3 D-Glied .....	72
	3.1.4 PI-Regler .....	73
	3.1.5 PD-Regler .....	78
	3.1.6 PID-Regler .....	82
	3.1.7 $PT_1$ -Glied .....	87
	3.1.8 $PT_2$ -Glied und $PT_n$ -Glied .....	94
	3.1.9 $PT_t$ -Glied .....	105
	3.1.10 $PT_a$ -Glied .....	109

---

3.2	Nichtlineare Regelkreisglieder .....	120
3.2.1	Linearisierung .....	120
3.2.2	Beschreibungsfunktion .....	123
3.3	Umformen von Blockschaltplänen .....	135
3.3.1	Regeln für lineare Regelkreisglieder .....	135
3.3.2	Regeln für nichtlineare Regelkreisglieder .....	136
4	Komponenten der Automatisierung .....	141
4.1	Regler .....	141
4.1.1	Aufbau Wirkungsweise .....	142
4.1.2	Praktische Reglereinstellung .....	147
4.2	Sollwertgeber .....	154
4.3	Stellgeräte .....	159
4.3.1	Stromrichter .....	159
4.3.2	Ventile .....	164
4.3.3	Stellmotoren und Linearantriebe .....	167
4.4	Meßeinrichtungen, Meßumformer .....	172
5	Stabilitätskriterien und Optimierung .....	177
5.1	Stabilitätsbegriff .....	177
5.2	Bode-Diagramm .....	181
5.3	Nyquist-Kriterium .....	196
5.4	Zwei-Ortskurven-Verfahren (Z.O.V.) .....	211
5.5	Regelkreisoptimierung .....	224
5.5.1	Integralkriterien .....	224
5.5.2	Symmetrisches Optimum .....	233
5.5.3	Aufhebungskompensation .....	240
5.5.4	Störgrößenaufschaltung .....	245
5.5.5	Kaskadenregelung .....	248
5.5.6	Adaptive Regelung .....	253
5.5.7	Abtastregelung .....	257

6	Ausgewählte Beispiele der Regeltechnik .....	265
6.1	Kontinuierliche Regelungen .....	265
6.1.1	Temperaturregelungen .....	265
6.1.2	Stoffgemischregelungen .....	273
6.1.3	Zwei- und Dreipunktregelungen .....	281
6.1.4	Geschwindigkeitsregelung für Schachtförderer	291
6.1.5	Drehzahlregelung von Asynchronmaschine .....	298
6.1.6	Regelung von Wickelantrieben für Stoffbahnen	305
6.1.7	Banddickenregelung .....	321
6.1.8	Regelung für das Streckrichten .....	328
6.2	Zeitdiskrete Regelungen .....	332
6.2.1	Piezoelektrische Regelung einer Meßtischachse	332
6.2.2	Regelung von Roboterantrieben mit Rechner....	336
6.2.3	Pitch-Regelung einer Windkraftanlage .....	341
6.2.4	Digitale Regelung von Fräsmaschinen mit CNC	346
6.2.5	Positionsregelung mit Linearmotor .....	349
6.2.6	pH-Wert-Regelung zur Abwasser-Neutralisation	351
7	Simulation, Optimierung mit SIMLER-PC .....	354
7.1	Das Programm SIMLER-PC und Regelalgorithmen....	354
7.1.1	Hardware und Schnittstellen .....	355
7.1.2	Menü-Führung und Programm-Handhabung .....	356
7.1.3	Identifikation und Regler-Optimierung .....	359
7.1.4	Stabilitätsaussage .....	362
7.2	Anwendungen .....	363
7.2.1	Das Bode-Diagramm .....	363
	PID-Regler und $PT_1$ - $PT_2$ - $PT_t$ -I-Strecke .....	363
	PID-Regler mit und ohne Begrenzung .....	364
7.2.2	Das Nyquist-Diagramm .....	366
	PID-Regler und Strecke 4. Ordnung .....	367

	7.2.3 Übergangsverhalten und Regleralgorithmen....	369
	PID-Regleralgorithmen .....	370
	Sprungantwort P-, PI- und PID-Regler .....	374
	Fahrkurvenantwort nicht optimaler PID-Regler	374
	Störsprung nach $PT_3$ -Strecke .....	377
	Fahrkurvenantwort + Störung bei $t=T_{st}$ .....	377
	Optimierung Allpaß-Strecke mit $F_{Ra}$ -Regler ....	380
	Optimale Brückenkranregelung mit $F_{Ra}$ -Regler	382
	Optimierung einer Kaskadenregelung .....	384
	Einstellwerte PID-Regler im Vergleich .....	390
	Regleralgorithmus $F_{Rt}$ -Wurzelrekursion.....	393
	Durchfluß-Regelung mit Schwebekörper .....	396
8	Simulation mit MATLAB Simulink .....	400
	8.1 Anwendungen.....	400
9	Lösungen zu Aufgaben und Klausuren .....	405
	9.1 Aufgaben .....	405
	9.2 Klausuren .....	463
10	Literaturverzeichnis .....	476
	10.1 Mathematische und Elektrotechnische Grundlagen	476
	10.2 Bücher zu den Grundlagen der Regeltechnik .....	477
	10.3 Vertiefende Bücher zur Regeltechnik .....	478
	10.4 Aufsätze und Datenblätter .....	479
	10.5 Zum Rechnergestützten Regelkreisentwurf .....	481
	10.6 Kleine Wegbegleitung .....	482
11	Sachverzeichnis .....	483



## 4 Komponenten der Automatisierung

In den vorangegangenen Abschnitten wurden die grundlegenden Strukturen zur Behandlung von Regelkreisen dargelegt, die zum Verständnis der Regeltechnik unumgänglich sind. Dieser Abschnitt zeigt nun Wege auf, mit denen Regeltechnik aus der Erfahrung und Anschauung einfach und doch effizient betrieben werden kann. Ausgangspunkt ist jeweils eine lineare oder linearisierte Strecke, für die der “passende” Regler zu entwerfen ist. Dazu sind in der Literatur viele in der Praxis erprobte Methoden und Verfahren angegeben /21/, /41/, /42/, /44/. Sie gehen meist von der Beurteilung der sich jeweils einstellenden Sprungantwort aus.

### 4.1 Regler

Die folgenden Betrachtungen beziehen sich auf den in Bild 4.1 gezeichneten einschleifigen Regelkreis. Er soll auf Führungs- und Störverhalten untersucht werden. Die Regler-Einstellung erfolgt hier an den klassischen stetigen<sup>1\*</sup> Reglern mit P-, PD-, PI- und PID-Verhalten. Weitere stetige Regler werden anhand verschiedener Beurteilungs-Kriterien in den Abschnitten 5.5 und 7.1.3 behandelt.

Die Untersuchung nichtstetiger Regler bzw. nichtlinearer Regelungen wird mit dem Zwei-Ortskurven-Verfahrens an Beispielen in den Abschnitten 5.4 und 6.1.3 vorgenommen.

Diskrete Regler-Algorithmen werden in Abschnitt 7.2.3 und 8 behandelt.

1\* \_\_\_\_\_

Innerhalb seines Stellbereichs  $x_s$  kann die Stellgröße  $y$  stetiger Regler jeden Wert annehmen bzw. sich auf diesen kontinuierlich einstellen. Die Stellgröße nichtstetiger Regler nimmt dagegen nur zwei (Zweipunktregler) oder drei (Dreipunktregler) feste Werte an.

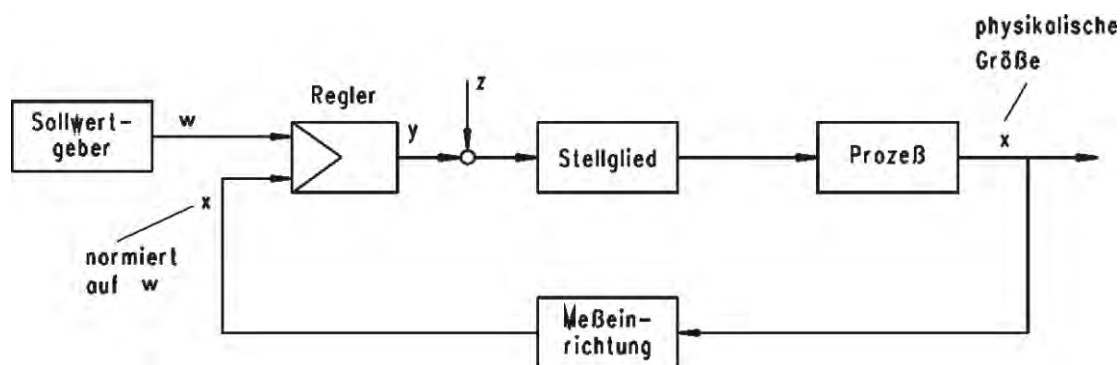


Bild 4.1 Blockschaltplan eines einschleifigen Regelkreises

#### 4.1.1 Aufbau und Wirkungsweise

Besonders in der Antriebs- und Verfahrenstechnik verwendet man meist den PI- bzw. PID-Regler. Wenn die Regelstrecke hauptsächlich eine große und mehrere kleine Zeitkonstanten enthält, begnügt man sich mit dem PI-Regler.

Eine analogtechnische Realisierung des PI-Reglers ist in Bild 4.2 dargestellt (vergleiche mit Abschnitt 3.1.4 Bild 3.14). Die Operationsverstärker-Schaltung des PI-Verhaltens muß jedoch bei industrieller Anwendung in der Gegenkopplung mit einem Paar aus antiparallel geschalteten Zener-Dioden begrenzt werden.

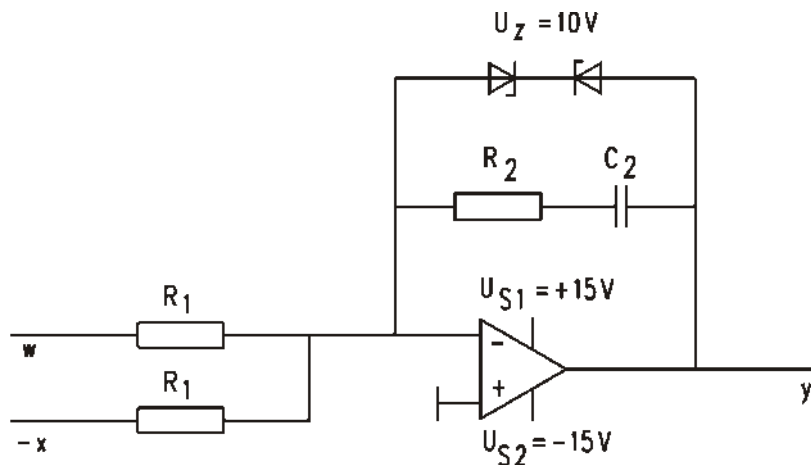


Bild 4.2 Einfache Operationsverstärker-Schaltung eines PI-Reglers

Mit dieser Maßnahme vermeidet man das Anfahren der Stellgrenze des Verstärkers, an der sich Sättigungserscheinungen (Totzeit-Effekte, Signalsprünge) einstellen, die das PI-Verhalten verfälschen. Gleichzeitig wird damit die Stellgröße auf  $y_{\max} = U_z = 10 \text{ V}$  normiert.

Eine Festlegung, die für alle physikalischen Größen innerhalb einer analogen Regelung gilt (siehe auch Abschnitt 2.1.3 Bild 2.13).

In regeltechnischen Untersuchungen ist darauf zu achten, daß die Reglerverstärkung bei großen Signaländerungen (Großsignalbetrieb) auf die gewählte Zenerspannung begrenzt wird. Es gilt dann:

$$K_R = \left[ \frac{R_2}{R_1} ; x_s \right] \quad \text{mit} \quad x_s = \frac{U_Z / V}{10 V} \quad (4.1)$$

Eine Reglerschaltung mit variabler Begrenzung ist in Bild 4.3 abgebildet. Mit Hilfe von zwei Potentiometern und Dioden kann die Stellgröße  $y$  in positiver und negativer Richtung verschieden begrenzt werden. Allerdings ist ein nachgeschalteter Spannungsfollower zur Entkopplung des Begrenzers von nachfolgenden Schaltungen erforderlich.

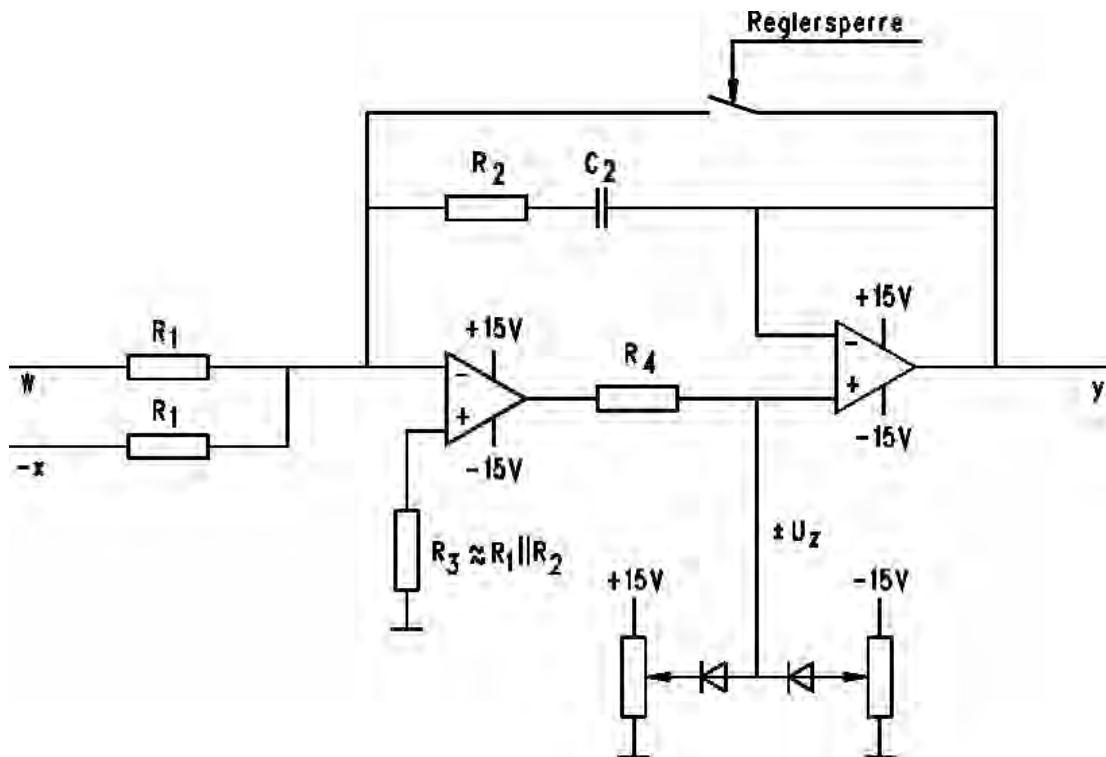


Bild 4.3 PI-Regler mit variabler Begrenzung und Reglersperre

Bei Anlagenstillstand muß die Gegenkopplung von Reglern mit I-Anteil über ein Relais kurzgeschlossen werden (Reglersperre). Damit erreicht man, daß der Widerstand der Gegenkopplung Null gesetzt wird, so daß auch die Stellgröße den Wert  $y=0$  annimmt. Auf diese Weise wird ein "Wegintegrieren" der Stellgröße infolge der unvermeidbaren Verstärkerdrift verhindert.

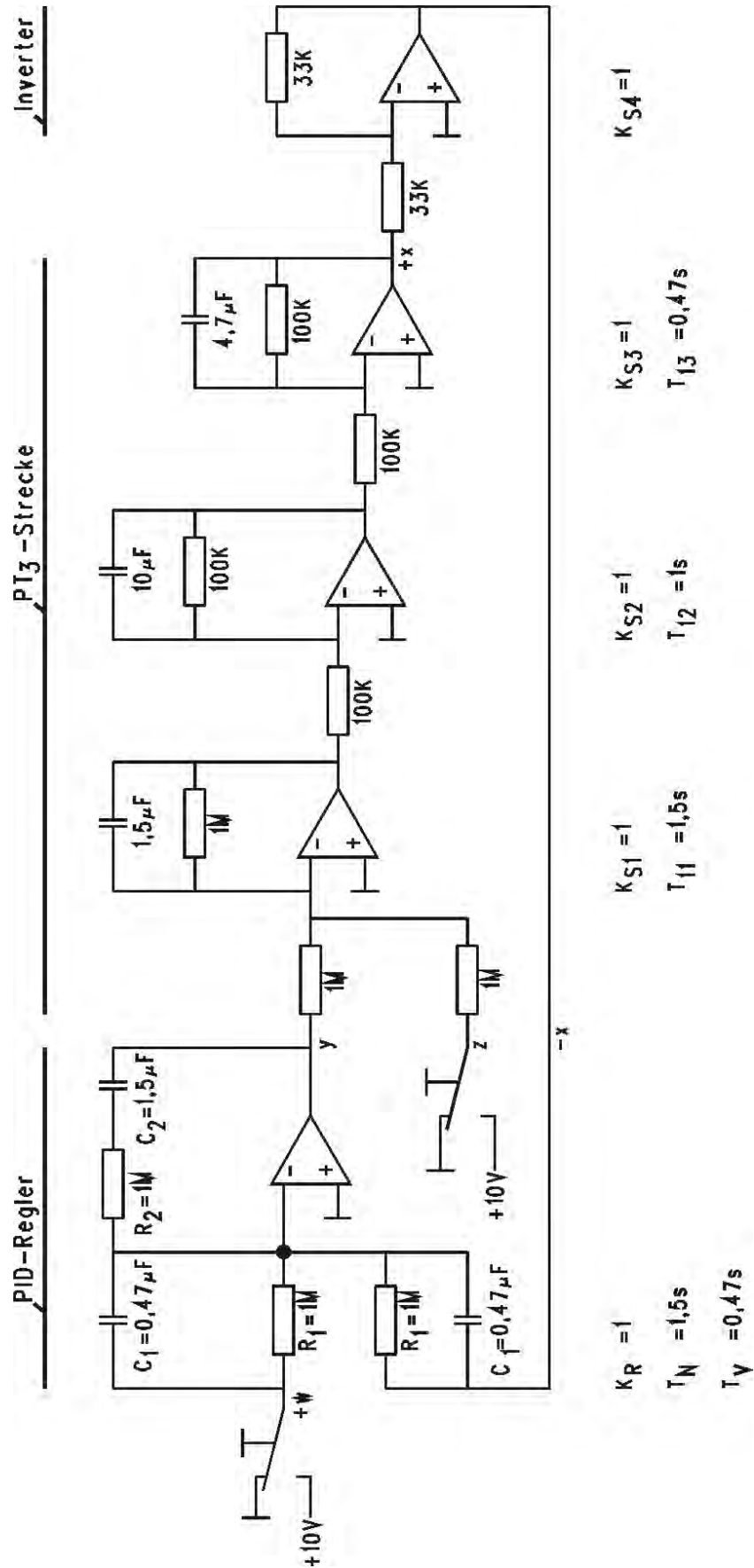


Bild 4.4

Analoge Regelung mit PID-Regler und drei PT<sub>1</sub>-Gliedern

Die Wirkung verschiedener Regler auf das Führungs- und Störverhalten soll mit einer analogen Simulation veranschaulicht werden. Die gewählte Schaltung besteht aus drei in Reihe liegenden  $PT_1$ -Gliedern und einem PID-Regler (Bild 4.4). Regler mit P-, PD- oder PI-Verhalten ergeben sich, wenn die Kondensatoren  $C_1$  und/oder  $C_2$  weggelassen werden. Der Inverter ist notwendig, damit die Regelgröße die richtige Polarität aufweist ( $x_d = +w - x$ ).

Sollwert und Störgröße werden über Schalter vorgegeben, so daß sich die regeltechnische Betrachtung auf die jeweilige Sprungantwort bezieht. Bei den angegebenen Zeitkonstanten und Verstärkungen sind die Bauteil-Toleranzen von 10% - 20% zu berücksichtigen. Die zugehörigen Oszillogramme sind in Bild 4.5 abgebildet.

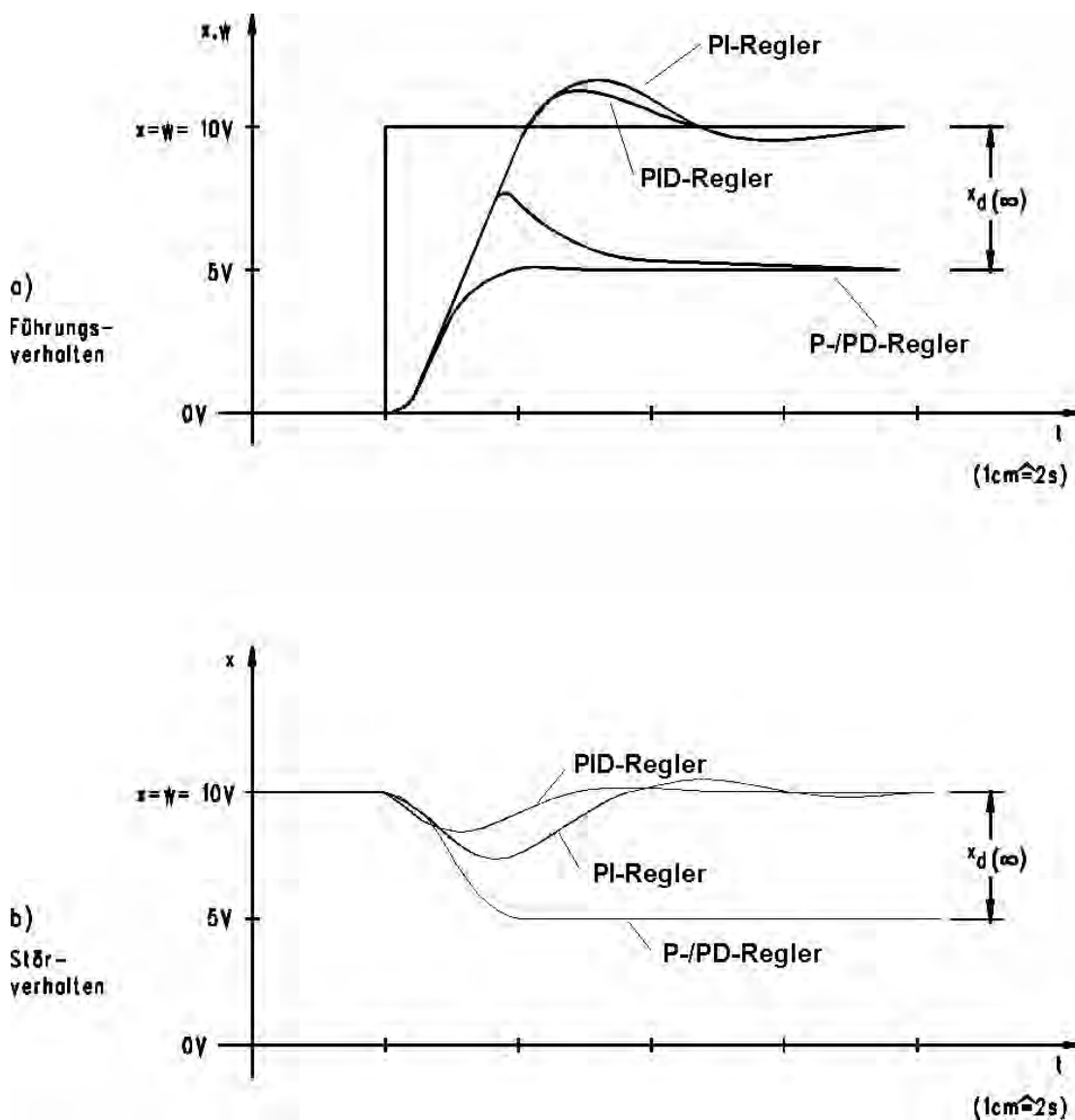


Bild 4.5

Oszillogramme der Führungs- und Störsprungantworten

Betrachtet man zunächst die Sprungantworten des P- und PD-Reglers bei einem Führungs- bzw. Störgrößensprung von 10V, fällt sofort die jeweils bleibende Regeldifferenz  $x_d(\infty) = 5 \text{ V}$  auf.

Wegen des fehlenden Integral-Anteils im Regler ist der stationäre Endwert der Regeldifferenz nur von der Regelkreisverstärkung  $K_0 = K_R \cdot K_S$  abhängig, die hier lediglich eins beträgt (Gleichung 2.5). Wird die Reglerverstärkung beispielsweise auf  $K_R=100$  vergrößert, nimmt die bleibende Regeldifferenz zwar ab, die Schwingungsneigung der Regelung nimmt dann jedoch stark zu.

Setzt man dagegen den PI- oder PID-Regler für die gegebene Strecke ein, stellt sich die Regelgröße nach einem Einschwingvorgang auf den Sollwert ein, so daß  $x_d(\infty) = 0$  wird. Es ist dabei zu beobachten, daß die Überschwingweite des PID-Reglers geringer ausfällt und damit der Einschwingvorgang in kürzerer Zeit abläuft.

Mit SIMLER-PC läßt sich das Führungs- und Störverhalten in einer Grafik darstellen (Bild 4.6). Dabei ist zu beachten, daß der Reglerausgang auf  $X_s=1,5$  begrenzt werden muß. Dieser Wert entspricht etwa der Stellgrenze von Operationsverstärkern. Die Ergebnisse von Analog- und Rechnersimulation stimmen gut überein.

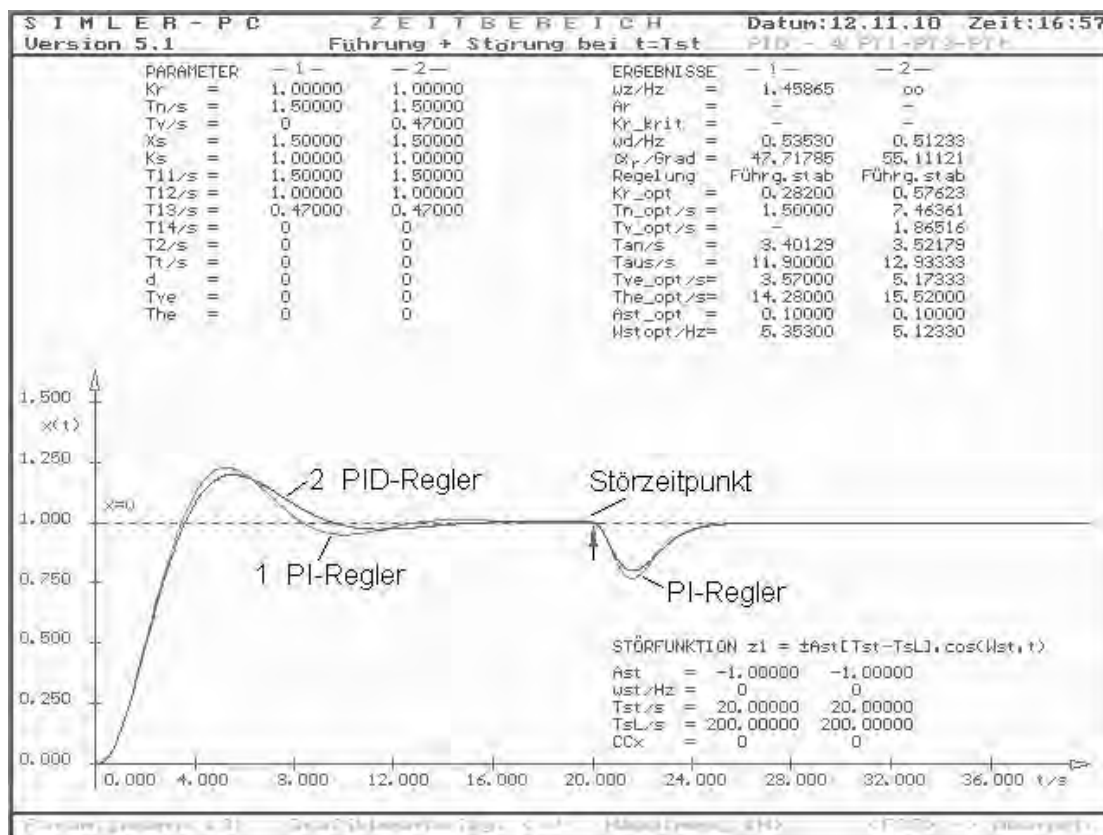


Bild 4.6

Simulationen mit PI- und PID-Regler bei der PT<sub>3</sub>-Strecke für Führungs- und Störverhalten

### 4.1.2 Praktische Reglereinstellung

Den Einfluß von Störgrößen- und Führungsgrößenänderungen auf eine Regelung haben u.a. Chien, Hrones und Reswick für Regelstrecken höherer Ordnung untersucht /41/. Dieses Verfahren ist anwendbar, wenn die Sprungantwort der Strecke ohne überschwingen einem endlichen Endwert zustrebt (Strecke mit Ausgleich). Dabei wird an die experimentell ermittelte Übergangsfunktion der Strecke die Tangente durch den Wendepunkt gelegt und dann die Verzugszeit  $T_u$  sowie die Ausgleichszeit  $T_g$  gemessen (Bild 4.7a). Die daraus abgeleiteten Einstellwerte für den Regler sind auch für den bei Folgeregelungen notwendigen aperiodischen Verlauf ausgelegt (Tabelle 4.1).

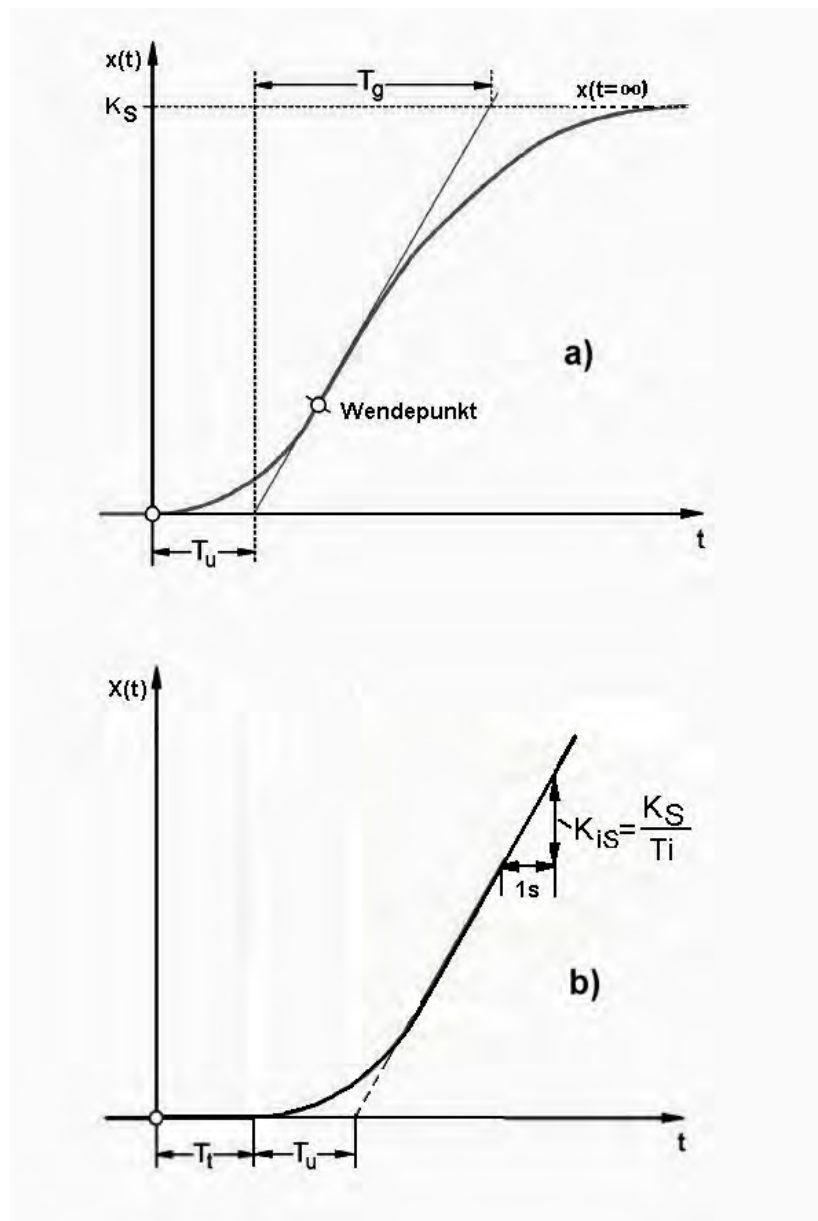


Bild 4.7 Sprungantworten mit/ohne Ausgleich zur Definition von  $T_g$ ,  $T_u$ ,  $T_t$  und  $K_{iS}$

Tabelle 4.1 Einstellwerte Chien, Hrones, Reswick (Strecken mit Ausgleich)

Regler	Parameter	Einstellg.	aperiodisch	Einstellg.	$X_m$ 20%
	für	Störung	Führung	Störung	Führung
P	$K_R$	$\frac{0,3 T_g}{K_S T_u}$	$\frac{0,3 T_g}{K_S T_u}$	$\frac{0,7 T_g}{K_S T_u}$	$\frac{0,7 T_g}{K_S T_u}$
PI	$K_R$ $T_N$	$\frac{0,6 T_g}{K_S T_u}$ $4T_u$	$\frac{0,35 T_g}{K_S T_u}$ $1,2T_g$	$\frac{0,7 T_g}{K_S T_u}$ $2,3T_u$	$\frac{0,6 T_g}{K_S T_u}$ $1,0T_g$
PID	$K_R$ $T_N$ $T_V$	$\frac{0,95 T_g}{K_S T_u}$ $2,4T_u$ $0,42T_u$	$\frac{0,6 T_g}{K_S T_u}$ $1,0T_g$ $0,5T_u$	$\frac{1,2 T_g}{K_S T_u}$ $2,0T_u$ $0,42T_u$	$\frac{0,95 T_g}{K_S T_u}$ $1,35T_g$ $0,47T_u$

Chien, Hrones, Reswick geben auch Einstellregeln für Strecken ohne Ausgleich, d.h. mit Integralanteil an (Bild 4.7b). Sie orientieren sich besonders an der Antriebstechnik. Die zugehörigen Einstellwerte zeigt Tabelle 4.2.

Tabelle 4.2 Chien, Hrones, Reswick (Strecken ohne Ausgleich mit  $T_k=T_t+T_u$ )

Regler	Parameter	Einstellg.	aperiodisch	Einstellg.	$X_m$ 20%
	für	Störung	Führung	Störung	Führung
P	$K_R$	$\frac{0,3}{K_{iS} T_k}$	$\frac{0,3}{K_{iS} T_k}$	$\frac{0,7}{K_{iS} T_k}$	$\frac{0,7}{K_{iS} T_k}$
PI	$K_R$ $T_N$	$\frac{0,6}{K_{iS} T_k}$ $4T_k$	ungeeignet	$\frac{0,7}{K_{iS} T_k}$ $2,5T_k$	ungeeignet
PD	$K_R$ $T_V$	$\frac{0,9}{K_{iS} T_k}$ $0,4T_k$	$\frac{0,5}{K_{iS} T_k}$ $0,5T_k$	$\frac{1,2}{K_{iS} T_k}$ $0,4T_k$	$\frac{0,9}{K_{iS} T_k}$ $0,5T_k$
PID	$K_R$ $T_N$ $T_V$	$\frac{0,9}{K_{iS} T_k}$ $2,4T_k$ $0,4T_k$	ungeeignet	$\frac{1,2}{K_{iS} T_k}$ $2,0T_k$ $0,5T_k$	ungeeignet



Bei Strecken mit Ausgleich und Überschwingen wendet man ein Verfahren von Ziegler, Nichols an [44]. Die Reglereinstellung basiert dann auf der kritischen Verstärkung  $K_{Rkrit}$  und der zugehörigen Zeitkonstante  $T_{krit}$ . Beide werden experimentell ermittelt. Man bringt die Regelstrecke mit einem P-Regler durch Erhöhen der Reglerverstärkung bis zum Wert  $K_R=K_{Rkrit}$  an die Stabilitätsgrenze. Dort führt die Sprungantwort Dauerschwingungen mit der Zeitkonstanten  $T_{krit}$  aus. Die daraus abgeleiteten Einstellwerte für den Regler sind in der Tabelle 4.3 zusammengefaßt. Dieses Verfahren ist jedoch nur bei Simulation der Regelung sinnvoll.

Tabelle 4.3 Werte Ziegler, Nichols (schwingende Strecken mit Ausgleich)

Regler	Parameter	Einstellung
P	$K_R$	$0,50 K_{Rkrit}$
PI	$K_R$ $T_N$	$0,45 K_{Rkrit}$ $0,83 T_{krit}$
PID	$K_R$ $T_N$ $T_V$	$0,60 K_{Rkrit}$ $0,50 T_{krit}$ $0,125 T_{krit}$

### Beispiel:

Mit Hilfe des Programms SIMLER-PC soll die experimentell aufgenommene Sprungantwort einer Strecke identifiziert und der passende Regler entworfen werden. Die Sprungantwort der zunächst unbekanntes Strecke ist in der ersten Simulation des Bildes 4.8 dargestellt. Mit den Hinweisen zur Identifikation läßt sich in der dritten Simulation schließlich eine  $PT_1$ - $PT_2$ - $PTt$ -Strecke ermitteln. Die Regler-Einstellung nach dem Verfahren von Chien, Hrones und Reswick scheidet hier aus, da die Regelstrecke überschwingt.

Soll der Regler nach Ziegler, Nichols eingestellt werden, sind zunächst die Werte  $K_{Rkrit}$  und  $T_{krit}$  zu ermitteln (Bild 4.9). Mit den identifizierten Streckenparametern und einem P-Regler, der auf  $K_R=1$  eingestellt ist, erhält man in der ersten Simulation eine stabile Regelung. Aus der Liste der Ergebnisse läßt sich nun  $K_{Rkrit}=3,88769$  ablesen. Auf diese Verstärkung stellt man in der zweiten Simulation den P-Regler ein und erhält eine Sprungantwort, die Dauerschwingungen mit der Zeitkonstanten  $T_{krit}$  ausführt.  $T_{krit}$  läßt sich aus der Grafik mit Hilfe des Abszissen-Fahrstrahls entnehmen oder mit Hilfe der kritischen Frequenz  $\omega_z = 2 \cdot f_{krit}$  berechnen.

$$T_{krit} = 2 / \omega_z \quad (4.2)$$

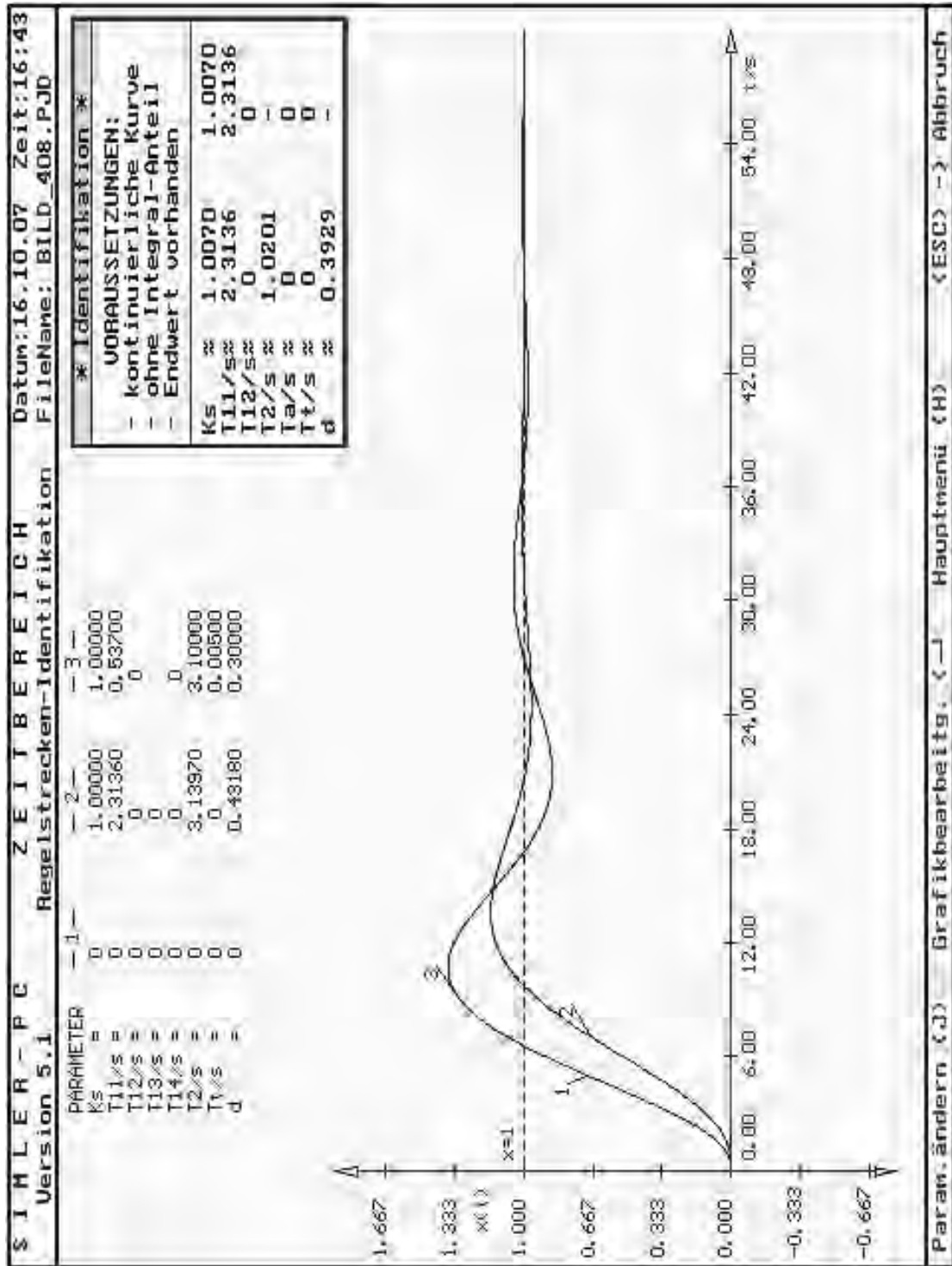


Bild 4.8

Identifikation einer Strecke höherer Ordnung

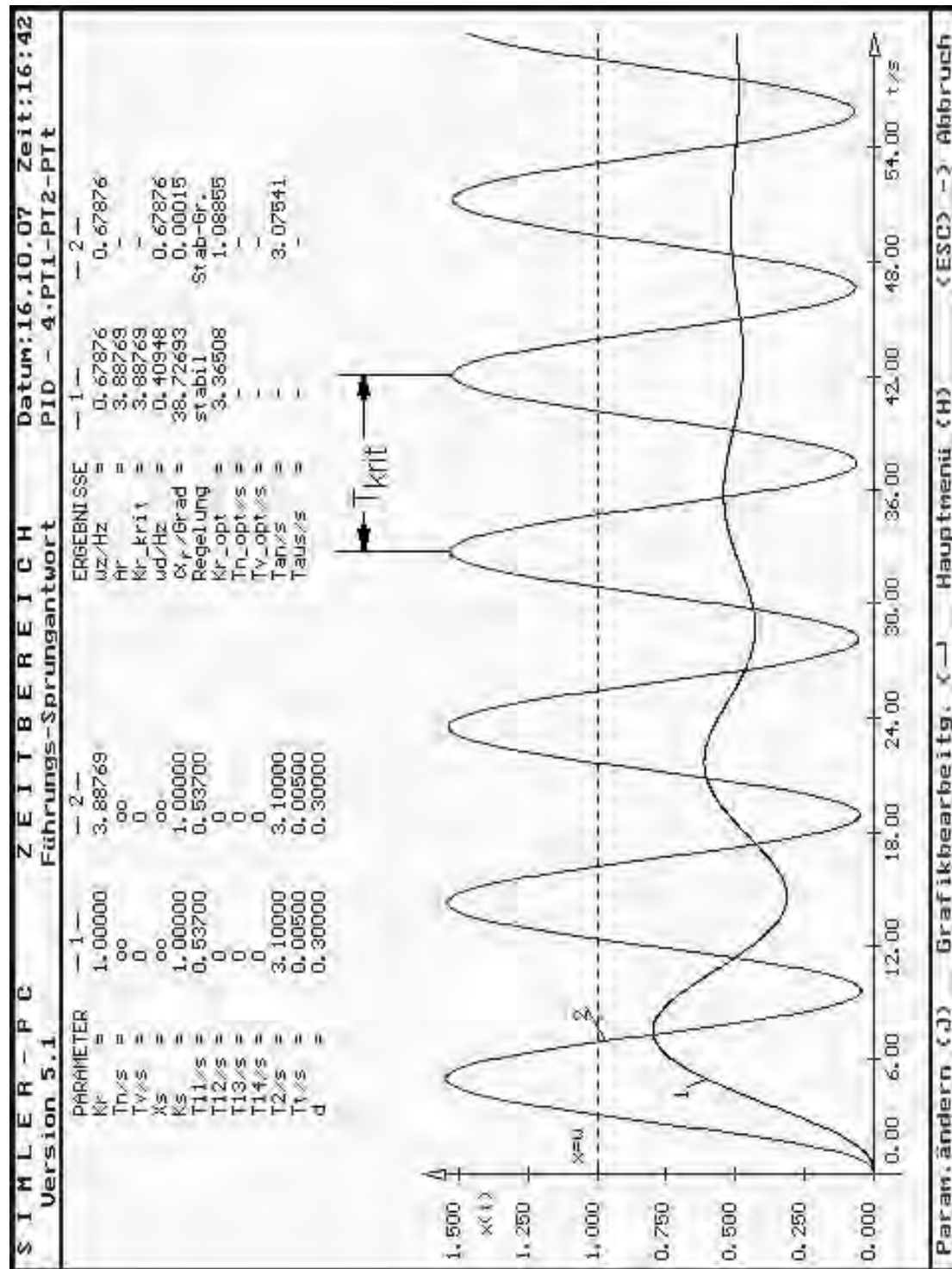


Bild 4.9

Ermitteln von  $K_{Rkrit}$  und  $T_{krit}$  durch zwei Simulationen

Aus der Tabelle 4.3 lassen sich nun die Regler-Parameter entnehmen. Die Übergangsfunktionen der Regelung für Führung und Störung sind in Bild 4.10 dargestellt.

Nach Ziegler, Nichols ist der PID-Regler in der ersten Simulation eingestellt worden. Die zweite Simulation wurde mit den Regler-Optimalwerten aus der Ergebnisliste vorgenommen.

Im Vergleich beider Übergangsfunktionen zeigt die Optimierung nach Ziegler und Nichols für Führungsverhalten einen stärker schwingenden Verlauf. Bei Störverhalten gilt dies für die Optimierung mit SIMLER-PC.

Die dritte Simulation zeigt eindrucksvoll, wie sich das Führungsverhalten mit Hilfe der optimalen Fahrkurvenwerte  $T_{ve\_opt}$  und  $T_{he\_opt}$  hin zu einem aperiodischen, schwingungsfreien Verlauf verbessern läßt.

Weitere Beispiele zur Identifikation und Optimierung finden sich in den Abschnitten 7.2.3 und 9.1.

#### Aufgabe 4.1

Die folgende Regelstrecke soll mit einem PID-Regler ( $X_s$ , d.h. unbegrenzter Reglerausgang  $y$ ) bei Führungs- und Störverhalten mit Hilfe der Einstellwerte von Ziegler, Nichols (Tabelle 4.3) optimal geregelt werden. Gegebenenfalls ist zusätzlich eine Fahrkurve zu verwenden (Störsprung am Ende der Strecke von -20% bezogen auf  $w$ ). Die Streckenwerte sind:

$$K_s=0,9 \quad T_{11}=400s \quad T_{12}=240s \quad T_i=180s \quad .$$

#### Aufgabe 4.2

Für die folgende Regelstrecke einer Druck-Regelung ist der optimale Regler mit Hilfe der Einstellwerte von Chien, Hrones, Reswick bei aperiodischem Führungsverhalten gesucht. Die Werte der Strecke sind:

$$K_s = 0,9$$

$$T_{11} = 5s$$

$$T_2 = 0,3s, \quad d = 0,6$$

$$T_i = 6s$$

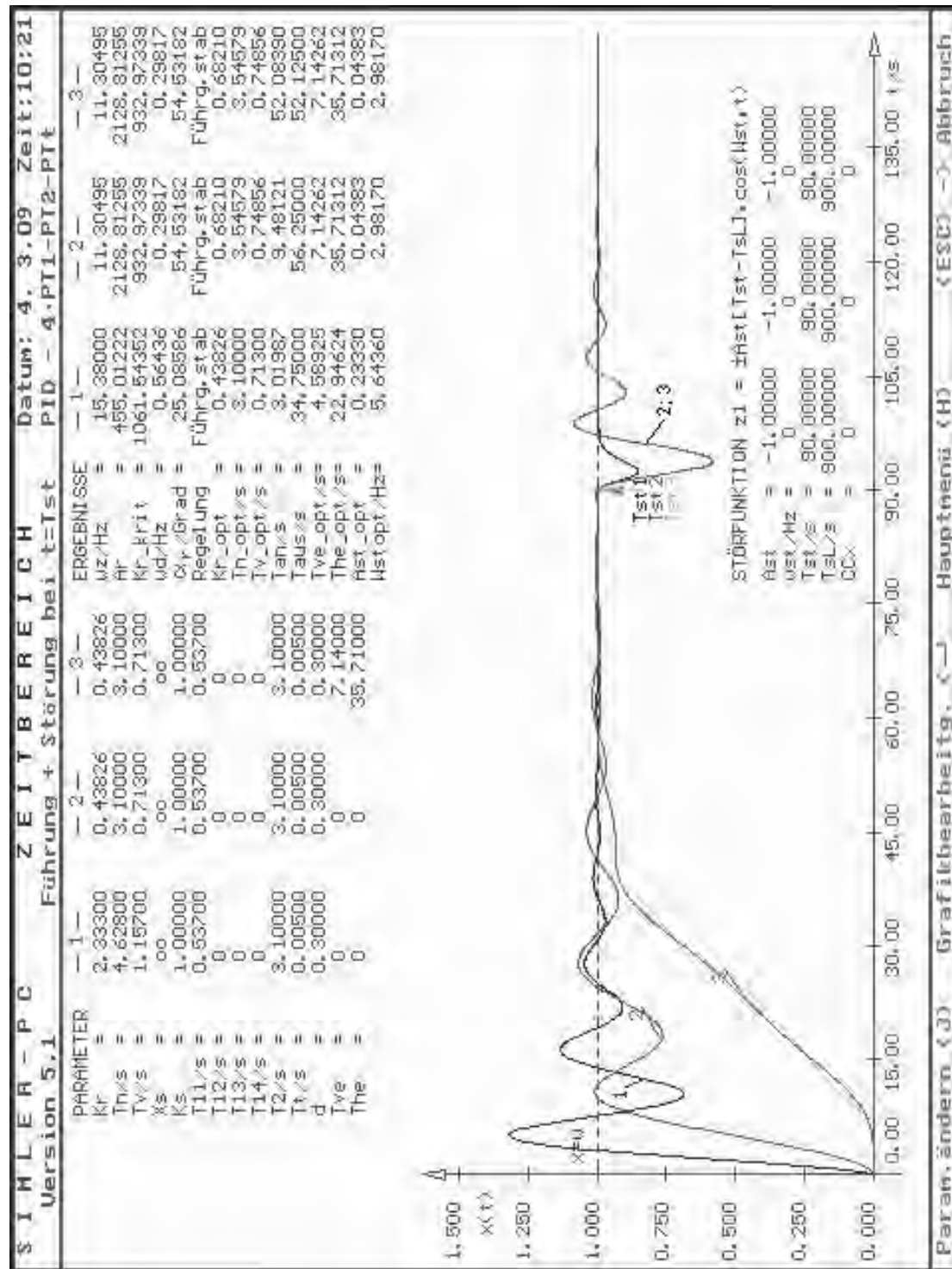


Bild 4.10

Regler- und Fahrkurvenoptimierung bei Führung und Störung

## 4.2 Sollwertgeber

Sollwertgeber, Sollwertsteller bzw. Führungsgrößengeber sind Einrichtungen zur Vorgabe der Führungsgröße und ihrer zeitlichen Ableitung(en). Sie werden an anderen Stellen auch als Führungseinrichtung, Fahrkurvenrechner, Hochlaufgeber oder Leitwertgeber bezeichnet (vergleiche mit /37/, /56/, /59/).

Die einfachste Sollwertvorgabe ist die mittels eines Schalters. Dabei wird die Führungsgröße sprunghaft zu- oder abgeschaltet. Die daraus resultierende Sprungantwort wird meist für vergleichende regeltechnische Betrachtungen verwandt (Bild 4.11).

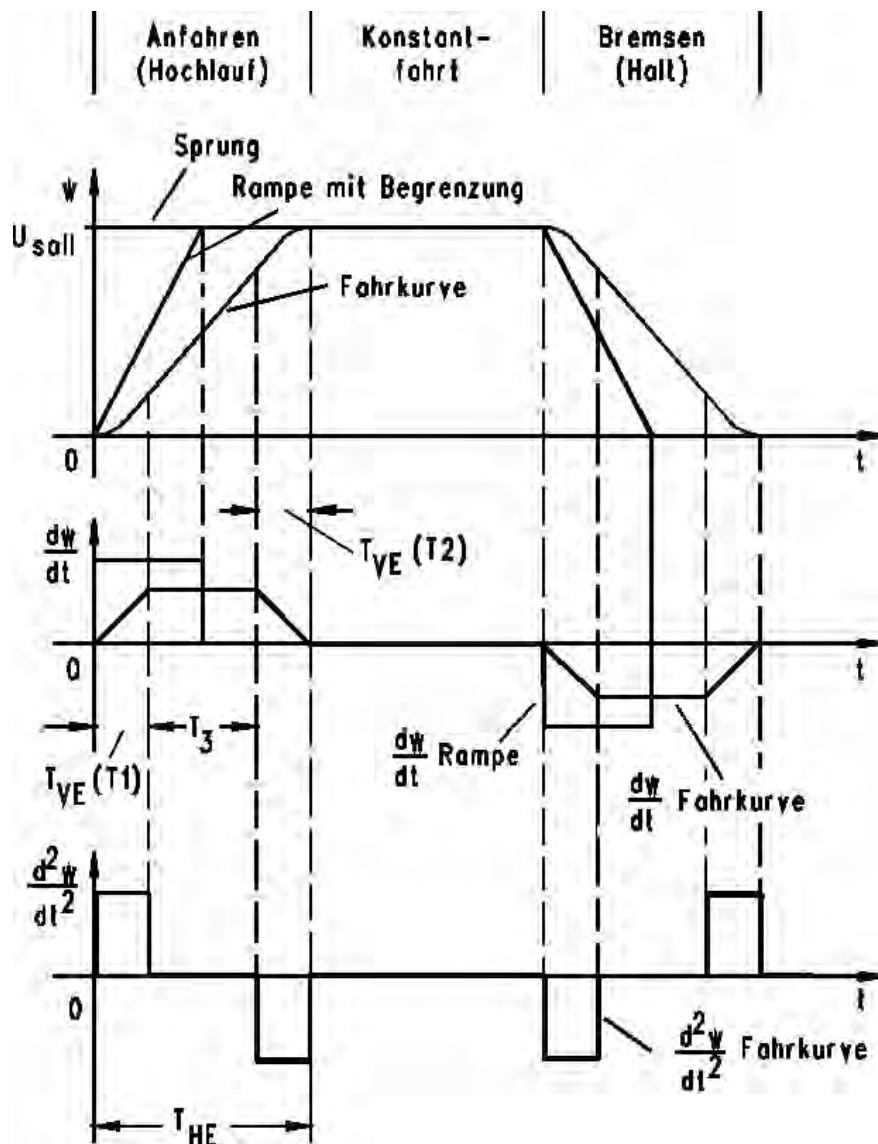


Bild 4.11

Verschiedene Führungsfunktionen und ihre zeitliche Ableitung

Die Vorgabe des Sollwertes als Sprungfunktion ist jedoch bei geregelten Antrieben wegen der Unstetigkeitsstelle bei  $t=0$  problematisch. Es kommt häufig zu unerwünschten Schwingungen der Regelgröße, die sich negativ auf die Betriebssicherheit, die Produktqualität und den Fahrkomfort einer Anlage auswirken.

Eine Rampenfunktion mit Begrenzung führt zwar gegenüber der Sprungfunktion zu einer Verbesserung des Übergangsverhaltens, sie enthält allerdings ebenfalls Knickpunkte. Diese lassen sich durch einen "Verschliff" innerhalb der Zeiten  $T_{VE}$  beseitigen. Eine Anlogschaltung, die das Verschleifen der Knickpunkte mit zwei  $PT_1$ -Gliedern realisiert, ist in Bild 4.12 abgebildet.

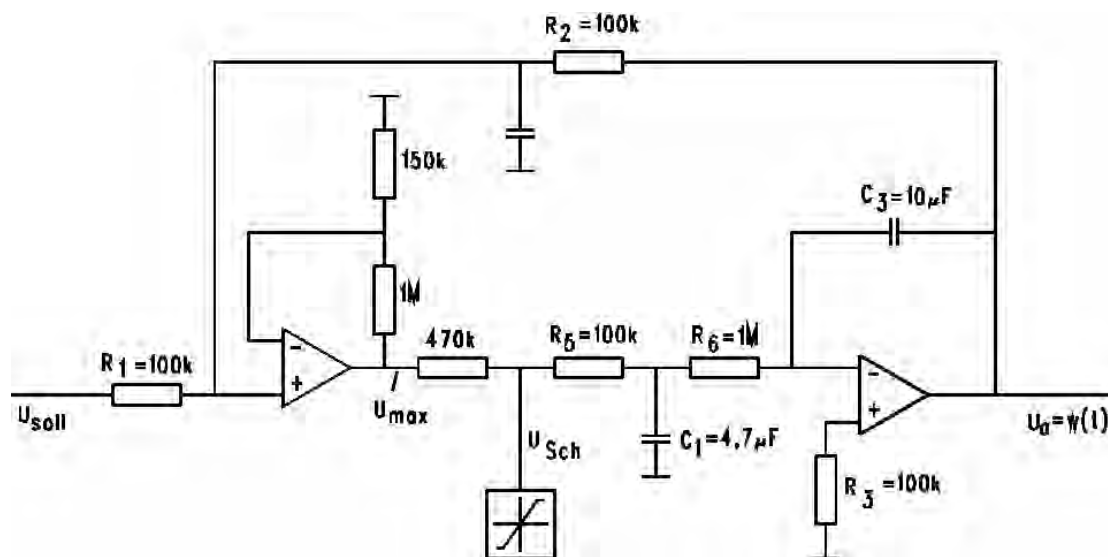


Bild 4.12 Analoger Sollwertgeber mit Verschleiff durch zwei  $PT_1$ -Glieder

Die Ausgangsspannung setzt sich dabei wie folgt zusammen:

$$U_a = U_{Sch} \left[ \frac{t}{2T_3} + \frac{T_1}{4T_3} (e^{-2t/T_1} - 1) \right]_0^{T_1+T_3} + \\ + [U_a(T_1+T_3) + U_{Sch} (1 - e^{-\frac{t+T_1+T_3}{2T_1+T_3}})]_{T_1+T_3}$$

Mit  $T_1 = \frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6} C_1 = 0,43 \text{ s}$ ,  $T_2 = R_2 C_2 = 0,47 \text{ s}$ ,

$$T_3 = (R_5 + R_6) C_3 = 11 \text{ s} \quad \text{bei} \quad U_{Sch} = U_{max}$$

ergibt sich beispielsweise eine mittlere Verschleißzeit von 0,45s und eine Hochlaufzeit von  $T_{HE} = 12\text{ s}$ .

Je nach dem Automatisierungsgrad einer Anlage sind die Anforderungen an den Sollwertgeber entsprechend hoch. Meist wird zusätzlich das Differential  $dw/dt$  an die Regelung ausgegeben. Beispielsweise wird der Wert  $dw/dt$  im Falle einer Geschwindigkeits- oder Drehzahl-Regelung zur Bildung des Beschleunigungsmomentes verwandt.

Als Funktion für die stetige und zeitoptimale Vorgabe der Führungsgröße und ihrer zeitlichen Ableitung eignet sich die Fahrkurve. Sie wird aus Parabel- und Geraden-Stücken gebildet (siehe Abschnitt 2.2.2 Bild 2.27). Ein Gerät mit diesen Funktionen bezeichnet man als Fahrkurvenrechner. Die analogtechnische Realisierung ist in Bild 4.13 dargestellt. Dabei werden die Hochlauf- und Bremszeit entsprechend der Gleichung

$$T_{HE} = \frac{U_{Soll}}{U_{Sch}} R_2 C_2$$

eingestellt. Mit externen Steuerbefehlen kann die Schaltspannung  $U_{Sch}$  und damit  $T_{HE}$  auf den gewünschten Wert eingestellt werden.

Wird dem Verstärker A1 ein Sollwert  $U_{Soll}$  vorgegeben, geht er an den durch  $U_{Sch}$  eingestellten Grenzwert. Über den Verstärker A2 ergibt sich die Eingangsspannung für den ersten Integrierer A3, der den Wert  $dw/dt$  bildet. Mit Erreichen der Verschleißzeit  $T_{VE}$  wird die Ausgangsspannung von A3 konstant, weil über die Rückführung mit dem Widerstand  $R_3$  nun Gleichheit zwischen den Spannungen  $U_{Sch}$  und  $dw/dt$  erreicht ist.

Integrierte der zweite Verstärker A4 zunächst mit linear steigender Eingangsspannung, so wird mit  $t=T_{VE}$  seine Eingangsspannung konstant. Die Fahrkurve  $w(t)$  geht also von einer Parabel bei  $T_{VE}$  in eine lineare Steigung über.

Mit der quadratischen Rückführung A6 wird gewährleistet, daß der Verschleiß zur richtigen Zeit, vor Erreichen des vorgegebenen Sollwertes  $U_{Soll}$ , wieder einsetzt. Dann nämlich wird die Ausgangsspannung des Verstärkers A3 linear bis auf Null abnehmen, so daß die Fahrkurve einer Parabel mit negativer Steigung folgt. Bei der Hochlaufzeit  $T_{HE}$  erreicht die Fahrkurve  $w(t)$  schließlich (infolge der Rückführung mit  $R_4$ ) den vorgewählten Sollwert  $U_{Soll}$ . Außerdem hat die quadratische Rückführung die Aufgabe, ein Überschwingen des Wertes  $dw/dt$  zu vermeiden. Die festliegende Integrationszeitkonstante des Verstärkers A3 hat zwangsläufig verschiedene Verschleißzeiten zur Folge (siehe Bild 4.13 unten). Ist man an einer konstanten Verschleißzeit  $T_{VE}$  interessiert, muß mit dem entsprechenden Hochlauf- oder Bremsbefehl das Netzwerk  $R_1-C_1$  jeweils auf andere Werte umgeschaltet werden. Erst dann entspricht die Schaltung einem in der industriellen Praxis einsetzbaren Gerät.



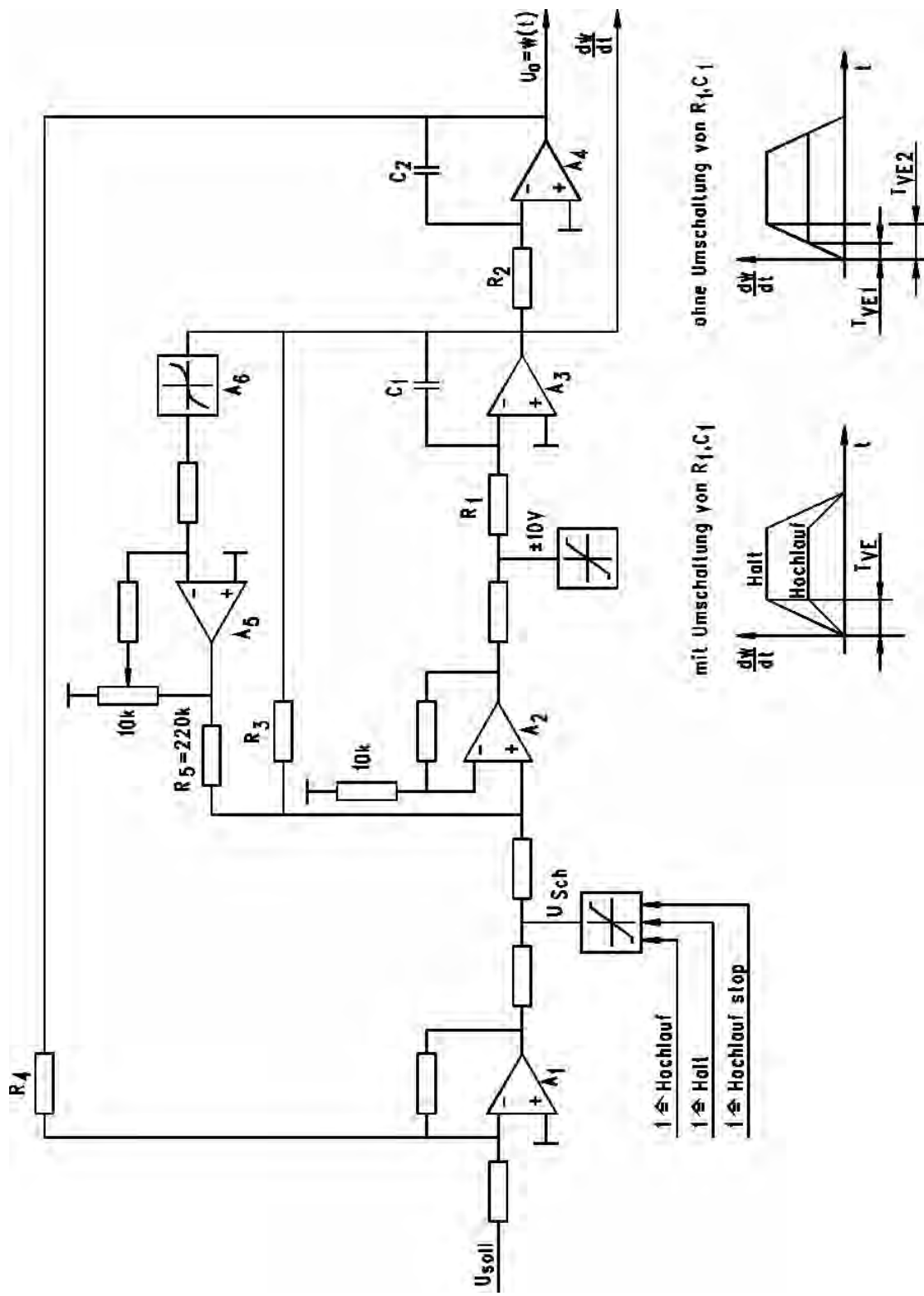


Bild 4.13

Analoger Fahrkurvenrechner

Nachteil des analogen Fahrkurvenrechners ist seine relativ geringe Auflösung von  $w_{\max}(t)/w_{\min}(t) \approx 500$  sowie eine mögliche Verstärkerdrift der Ausgangssignale. Bei Bandbearbeitungsanlagen mit hohem Automatisierungsgrad beträgt die Auflösung der Fahrkurve  $w_{\max}(t)/w_{\min}(t) \approx 10000$ .

Soll der Fahrkurvenrechner auch für Positionieraufgaben eingesetzt werden (Nachlauf-, Folgeregelung), ist zusätzlich die zweite zeitliche Ableitung  $d^2w/dt^2$  auszugeben (Bild 4.11 unten). Dann ist die Fahrkurve  $w(t)$  dem Weg  $s(t)$  zugeordnet, die erste Ableitung  $dw/dt$  entspricht der Geschwindigkeit  $ds/dt=v(t)$  und die zweite Ableitung  $d^2w/dt^2$  entspricht der Beschleunigung  $d^2s/dt^2=a(t)$ . Diese Anforderungen lassen sich mit Hilfe eines digitalen Fahrkurvenrechners auf Mikrocomputerbasis erfüllen, wie er in Bild 4.14 dargestellt ist [37], [59].

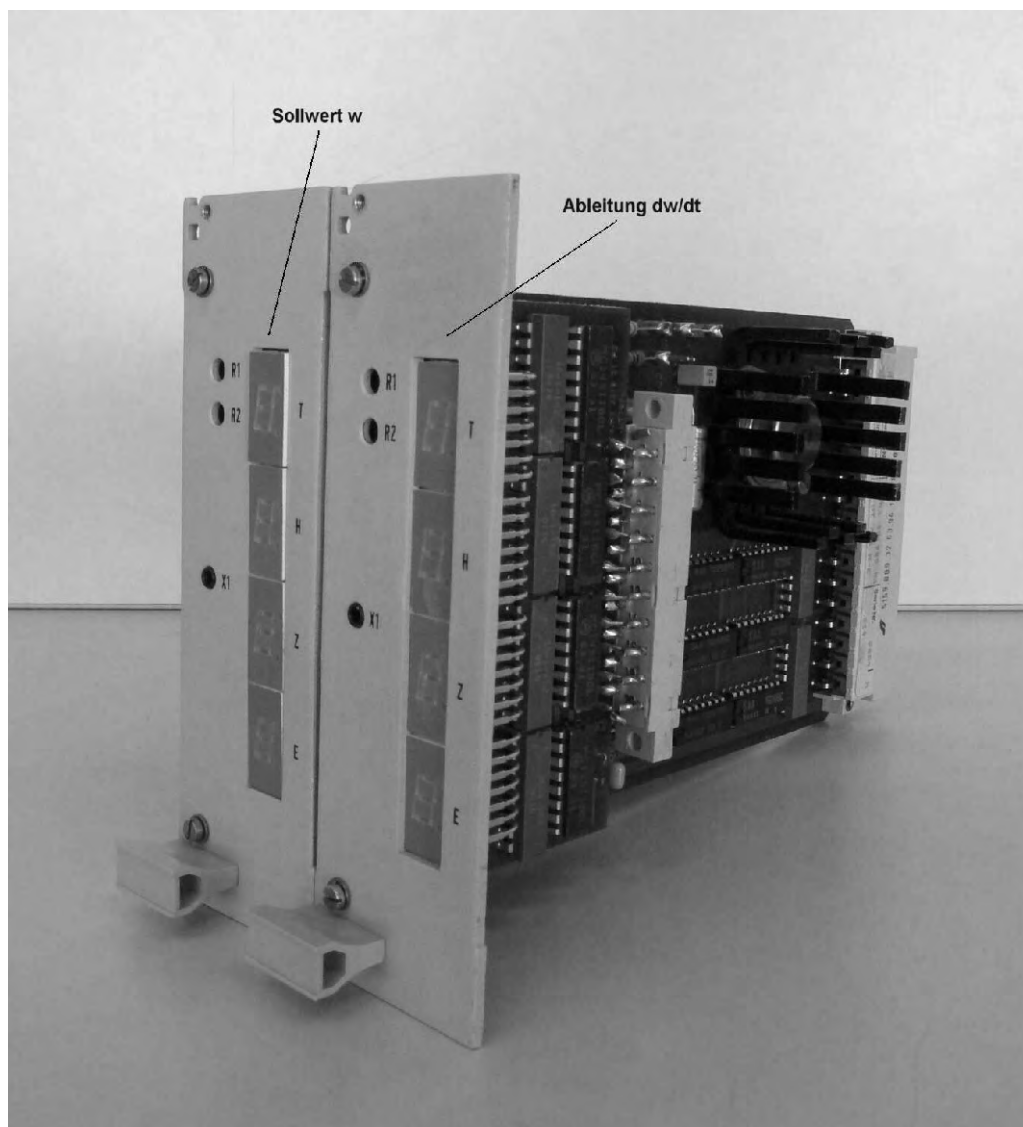


Bild 4.14

Digitaler Fahrkurvenrechner mit Mikrocomputer

Einige Leistungsmerkmale dieses Gerätes sind:

- $T_{VE}$  und  $T_{HE}$  über Tastatur und Dekadenschalter oder extern einstellbar.
- Fahrbefehle direkt vom Gerät oder von extern möglich.
- 4-dekadige Digital- und Analog-Ausgabe der Fahrkurve.
- 3-dekadige Digital- und Analog-Ausgabe von  $dw/dt$ .
- Hochlauf auf Festwerte oder variablen Werten folgend.
- Parallel-Ausgabe aller Werte nach maximal 2ms.

Mit einer Simulation läßt sich anschaulich die positive Wirkung einer optimal eingestellten Fahrkurve anhand des Führungsverhaltens zeigen (Bild 4.15). Im Vergleich sind die Sprung-, Rampen- und Fahrkurvenantwort einer Regelung mit PI-Regler und  $PT_1$ - $PT_1$ -I- $PT_t$ -Strecke dargestellt. Nur mit der Fahrkurve läuft die Regelgröße schwingungsfrei und aperiodisch auf den Sollwert ein. Sie ist damit auch für Folgeregelungen einsetzbar.

SIMLER-PC erlaubt ebenfalls die Vorgabe von Fahrkurvenfunktionen und gibt Hinweise zu deren optimaler Einstellung (siehe Abschnitt 7.2.3).

## 4.3 Stellgeräte

Stellgeräte sind die Bindeglieder zwischen Regler und dem zu beeinflussenden Prozeß. Sie bestehen nach DIN 19226 aus dem Stellantrieb und dem Stellglied.

Der Stellantrieb ist meistens konstruktiv mit dem Stellglied zu einem Gerät (Stellgerät) verbunden - er betätigt das Stellglied.

Das Stellglied greift direkt in den Massen- bzw. Energiefluß ein. Beispiele dafür sind Stellventile, Klappen, Schieber, Stelltransformatoren und Stromrichter. Man kann sich den Stellantrieb als den letzten Teil der Regeleinrichtung und das Stellglied als den ersten Teil der Regelstrecke denken.

Die folgenden Beispiele sind eine Auswahl sehr häufig eingesetzter Stellgeräte. Weitere Anwendungen zu diesem Thema finden sich in den Literaturstellen /26/, /27/, /36/.

### 4.3.1 Stromrichter

Der gebräuchlichste Stromrichter zur Regelung von Gleichstromantrieben ist die vollgesteuerte Drehstrombrückenschaltung. Er wurde für eine Stromrichtung bereits in Bild 2.16 dargestellt. Im Allgemeinen enthält das Stromrichtergerät bereits den Ankerstrom-Regler, der als unterlagerte Regeleinrichtung innerhalb einer Kaskadenregelung eingesetzt wird.

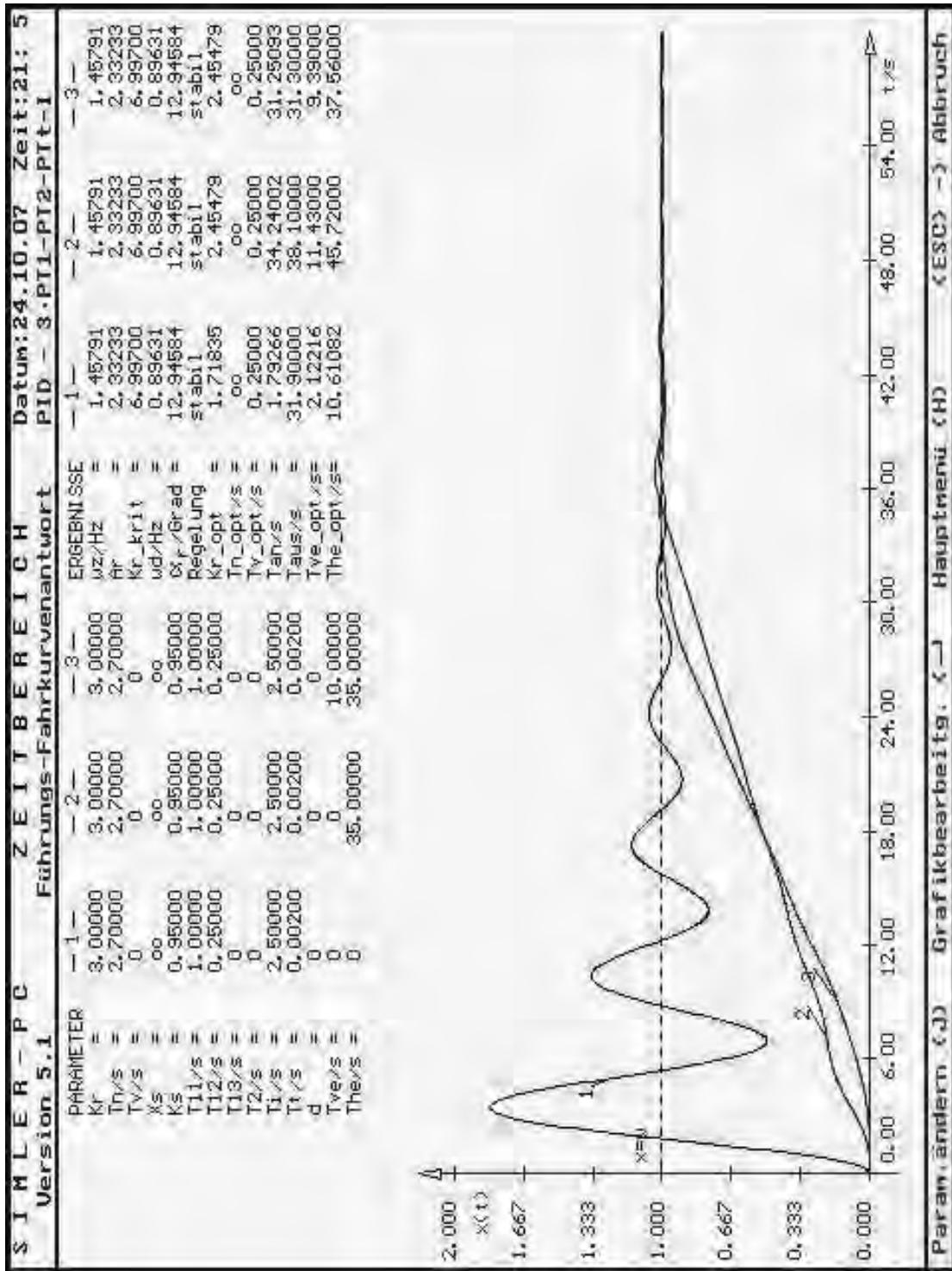


Bild 4.15

Sprung-, Rampen- und Fahrkurvenantwort einer Regelung

Außerdem ist meist auch die Meßwerterfassung des Ankerstromes  $I_{Ai}$  im Stromrichter integriert. Die Messung erfolgt gewöhnlich auf der Drehstromseite (Bild 4.16).

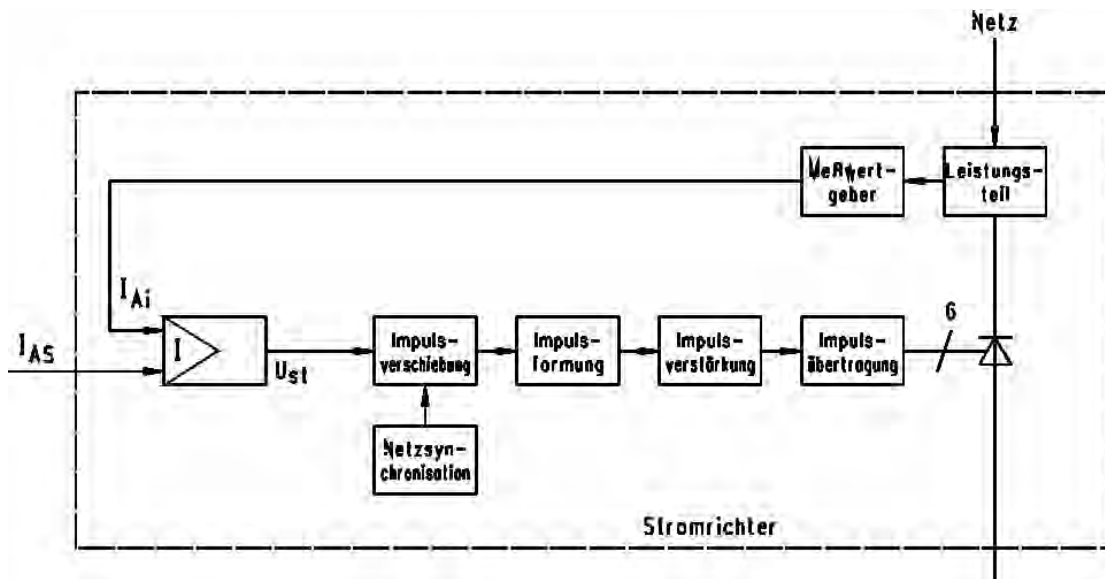


Bild 4.16 Komponenten eines Stromrichters für GS-Antriebe

Bei nur positiver Stromrichtung kann ein Stromrichter-Antrieb lediglich im II-Quadranten-Betrieb arbeiten (Rechtslauf, treibend und Linkslauf bremsend). Wird die Drehstrombrückenschaltung um sechs Thyristoren in Gegenparallelschaltung ergänzt, kann im IV-Quadranten-Betrieb gefahren werden (Treiben und Bremsen im Rechts- und Linkslauf). Aus den verketteten Spannungen des Drehstromnetzes  $U_{RS} - U_{TS}$  wird die steuerbare Gleichspannung  $U_{di}$  gewonnen. Diese kann mit Hilfe der Thyristoren in ihrer Größe und Richtung verändert werden [4]. Der Zusammenhang zwischen dem Steuerwinkel  $\alpha$  und der Spannung  $U_{di}$  wurde bereits in der Gleichung 2.15 beschrieben. In Bild 4.17 ist der Verlauf von  $U_{di}$  für verschiedene Steuerwinkel dargestellt (ohne Berücksichtigung der Kommutierungsvorgänge, für ohmsche Belastung).

Zur Berechnung einer Regelung mit Stromrichter ist eine Aussage über seine Verstärkung notwendig. Aus dem Bild 2.18 ist zu entnehmen, daß die Zündzeitpunkte bzw. Steuerwinkel offensichtlich mit Hilfe der Steuergleichspannung  $U_{st}$  gebildet werden. Diese Funktion, sowie der Zusammenhang zwischen  $U_{st}$  und  $U_{di}$  lassen sich aus den Bildern 2.18 und 2.19 entnehmen.

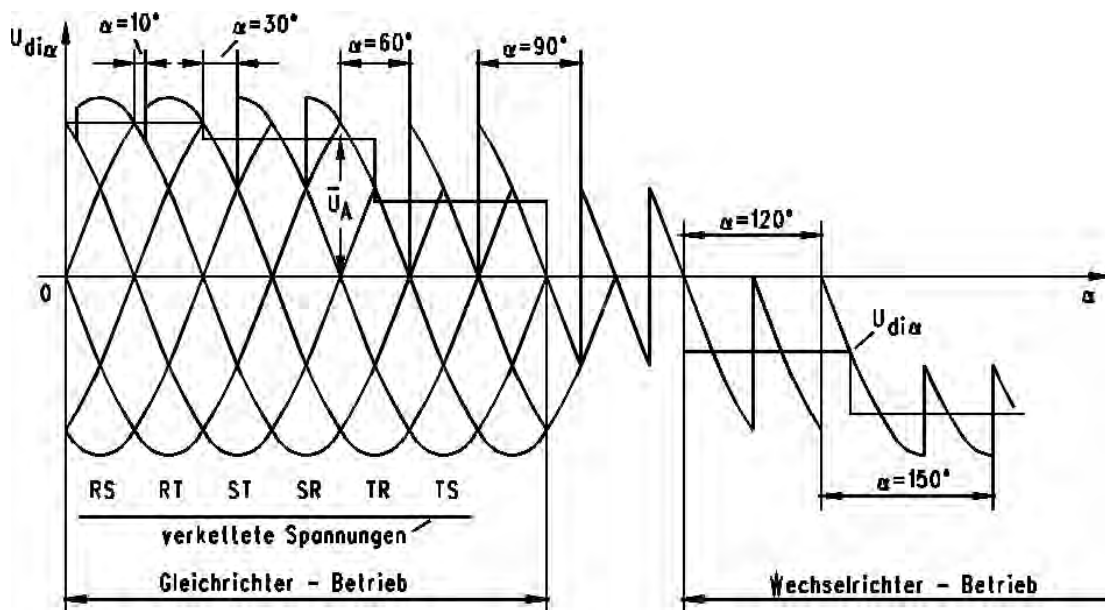


Bild 4.17 Verlauf von  $U_{di}$  als Funktion des Steuerwinkels

Setzt man nichtlückenden Betrieb voraus und meidet die starken Krümmungen der Cosinus-Funktion (Bild 2.19), ergeben sich lineare Zusammenhänge. Es gilt dann für die Proportionalverstärkung:

$$K_p(\alpha) = k \frac{U_{st}}{U_{stmax}} \cos \alpha \quad (4.3)$$

Man erhält z.B. für  $\alpha_1 = 90^\circ$  und  $\alpha_2 = 30^\circ$  mit Hilfe von Bild 2.18 folgende Verstärkung (Konstante  $k=2$ ):

$$K_p(\alpha) = 2 \frac{6,41V - 0V}{10V} (\cos 30^\circ - \cos 90^\circ) = 1,11$$

Der Hauptarbeitsbereich einer vollgesteuerten Drehstrombrückenschaltung liegt bei  $\alpha = 30^\circ \dots 150^\circ$ . In die regeltechnische Betrachtung sollte jedoch die größte Proportionalverstärkung einbezogen werden. Sie ergibt sich bei  $\alpha_2 = 10^\circ$  und beträgt dann  $K_p(\alpha) = 1,82$ .

Für die Regelung von Drehstromasynchronmotoren mit Käfigläufer in einem Leistungsbereich von ca. 0,2...50 kW läßt sich der Drehstromsteller einsetzen (Bild 4.18). Jede Phase des Drehstromnetzes enthält ein antiparallel geschaltetes Thyristorpaar für beide Halbwellen der Drehspannung.

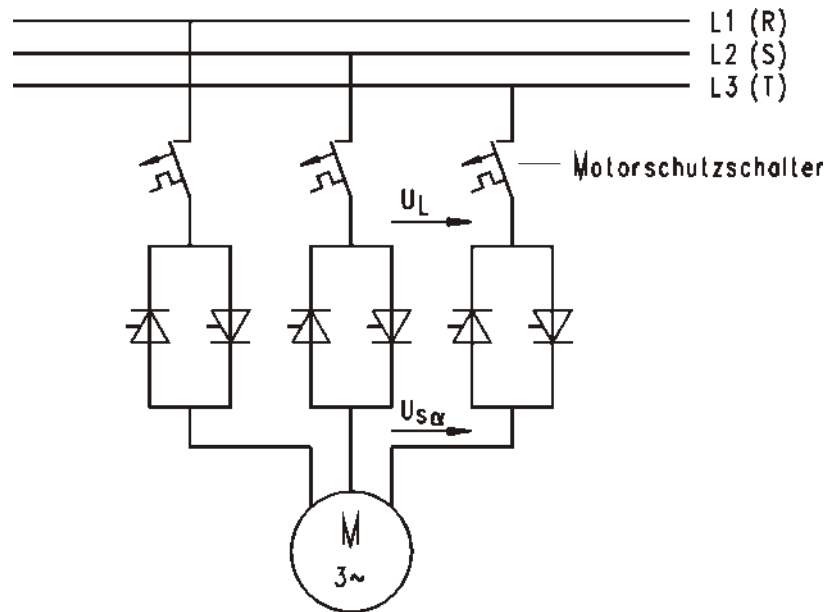


Bild 4.18 Wirkschaltplan eines DS-Asynchronmotors mit DS-Steller

Der Steuerwinkel kann von  $0^\circ$  bis  $180^\circ$  kontinuierlich verstellt werden. In Bild 4.19 ist der Verlauf der gesteuerten Drehspannung  $U_S$  für verschiedene Steuerwinkel (bei ohmscher Belastung) dargestellt.

Die Abhängigkeit der Drehspannung  $U_S$  vom Steuerwinkel bei verschiedenen Belastungsarten zeigt das Bild 4.20.

Für ohmsche Belastung ergibt sich der Zusammenhang:

$$U_S = U_L \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

Auch beim Drehstromsteller wirkt eine Änderung des Steuerwinkels an einem Thyristor nur einmal pro Periode  $T$ . Bei einer Netzfrequenz von 50Hz und der Pulszahl  $p=3$  erhält man eine Totzeit von etwa

$$T_t = \frac{T}{p} = 6,67 \text{ ms} .$$

Die Proportionalverstärkung des Drehstromstellers kann ebenfalls mit Hilfe der Gleichung 4.3 ermittelt werden. Sie liegt je nach der Festlegung des Wertes  $U_{stmax}$  in der Größenordnung von  $K_p ( ) 1$ .

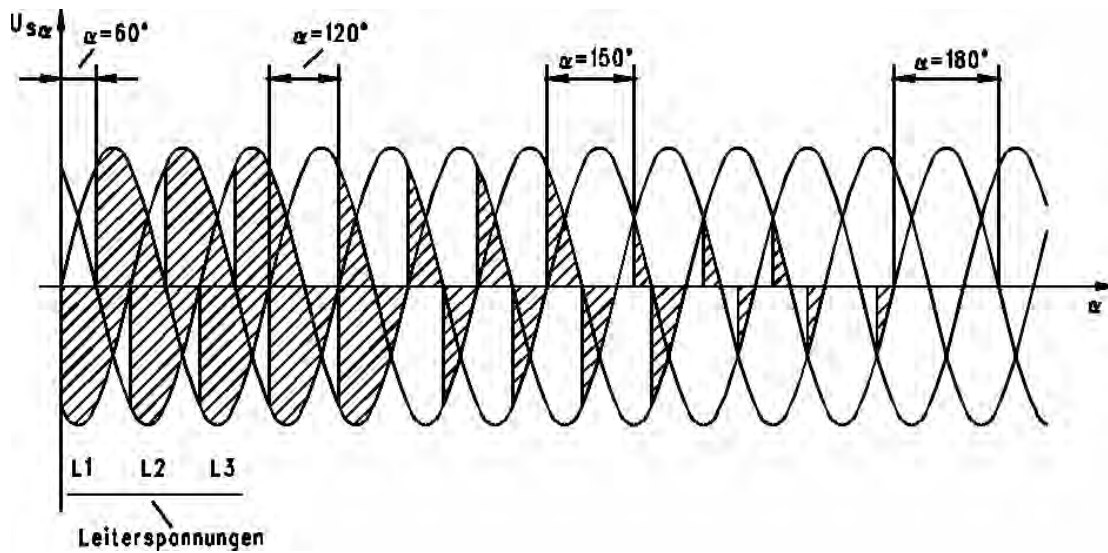


Bild 4.19 Verlauf der Spannung  $U_S$  bei verschiedenen Steuerwinkeln

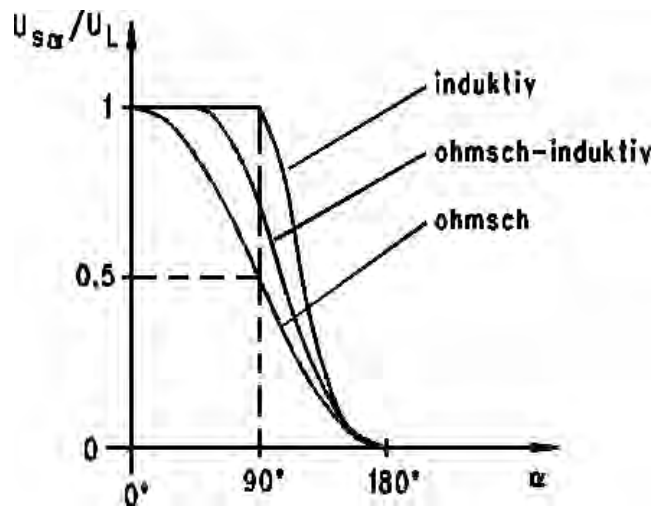


Bild 4.20 Abhängigkeit von  $U_S$  von  $\alpha$  bei verschiedenen Belastungen

### 4.3.2 Ventile

Zwei typische Stellgeräte zur Beeinflussung von Massenströmen sind das Magnetventil und das Servoventil (elektrohydraulisches Wegeventil). In beiden Fällen wird durch elektromagnetische Wirkung eine Hubbewegung erzeugt. Diese Stellgeräte können direkt von einem stetigen Regler aus angesteuert werden, wenn dieser über einen Leistungsausgang verfügt. Entsprechende Beispiele sind in den Abschnitten 6.1.3 und 6.1.7 aufgeführt.



Das Magnetventil eignet sich besonders für kleine Hübe. Sein schematischer Aufbau ist in Bild 4.21 abgebildet. Die Kraftübertragung auf den Kolben der Masse  $m$  erfolgt durch magnetische Induktion. Die zugehörige Gleichung des elektrischen Kreises lautet dann:

$$U_e = I_e R + L \frac{d I_e}{dt} + B l N \frac{ds}{dt} ,$$

$B$ : Flußdichte,  $l$ : wirksame Spulenlänge,  $L$ : Spulen-Induktivität,  
 $N$ : Windungszahl der Spule,  $R$ : ohmscher Widerstand der Spule.

In dieser Gleichung entspricht der rechte Summand der Wegänderung des Kolbens. Für die Kraftwirkung eines Elektromagneten gilt ( $N$ : Windungszahl):

$$F = B l N I_e . \quad (4.4)$$

Diese Kraft ist gleich der Gegenkraft des mechanischen Kreises aus Reibkraft und Beschleunigungskraft. Die Rückstellkraft durch die Feder  $c_f$  kann hier vernachlässigt werden. Somit erhält man

$$F = r \frac{ds}{dt} + m \frac{d^2 s}{dt^2} = r v + m \frac{dv}{dt} .$$

Setzt man die beiden Kräftegleichungen ineinander ein, ergibt sich durch Laplace-Transformation mit  $p=d/dt$  für den Strom:

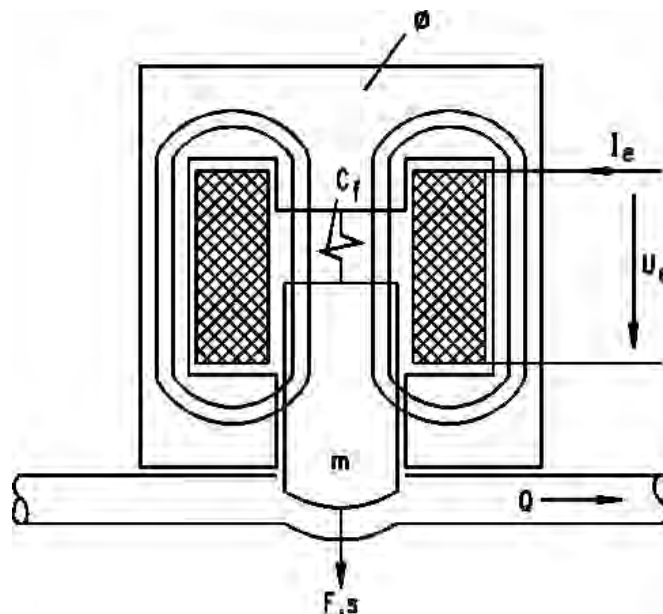


Bild 4.21

Schema eines Magnetventils

$$I_e(p) = \frac{v(p) (r + p m)}{B l N} .$$

Nun wird die Gleichung für  $I_e(p)$  in die Laplace-Transformierte Gleichung für  $U_e$  eingesetzt und man erhält

$$U_e(p) = \frac{(R + p L)(r + p m) v(p)}{B l N} + B l N v(p) .$$

Multipliziert man dieses Ergebnis mit dem freien Querschnitt  $A$  der Rohrleitung, läßt sich folgende Übertragungsfunktion des Magnetventils formulieren:

$$\begin{aligned} F(p) &= \frac{v(p) A}{U_e(p)} = \frac{Q(p)}{U_e(p)} = \\ &= \frac{1}{K_p} \frac{\frac{(B l N)^2}{L m}}{p^2 + p \left( \frac{R}{L} + \frac{r}{m} \right) + \frac{R r + (B l N)^2}{L m}} \end{aligned}$$

mit:  $K_p = \frac{B l N}{A} .$

Der Quotient aus dem Volumenstrom (Durchfluß)  $Q$  und der Eingangsspannung  $U_e$  stellt also ein Verzögerungsglied II. Ordnung dar. Mit

$$\omega_o^2 = \frac{(B l N)^2}{L m} , \quad 2 \zeta = \frac{R}{L} + \frac{r}{m} \quad \text{und} \quad R r \ll (B l N)^2$$

läßt es sich auf die bekannte Übertragungsfunktion

$$F(p) = \frac{1}{K_p} \frac{\omega_o^2}{p^2 + 2 \zeta \omega_o p + \omega_o^2}$$

bringen (siehe Abschnitt 3.1.8).

Die abgeleitete Übertragungsfunktion gilt auch für das elektrohydraulische Servoventil (Bild 4.22). Es ist lediglich die Verstärkung  $K_p$  mit der Kraftdifferenz  $F$  im Zähler und Nenner zu multiplizieren

$$K_p = \frac{F B l N}{F A} = \frac{p}{I_e} .$$

Das elektrohydraulische Servoventil weist also ebenfalls  $PT_2$ -Verhalten auf. Seine Übertragungsfunktion wurde bereits im Bild 3.31b aufgezeichnet. Daraus läßt sich ein Wert für die Verstärkung von  $K_p = 1$  ablesen. Jede Stromänderung  $I_e$  in der Servoventilspule führt zu der gewünschten proportionalen Druckänderung  $p$ . Dieses Verhalten bleibt bis zur Resonanzfrequenz  $\omega_0$  praktisch unverändert.

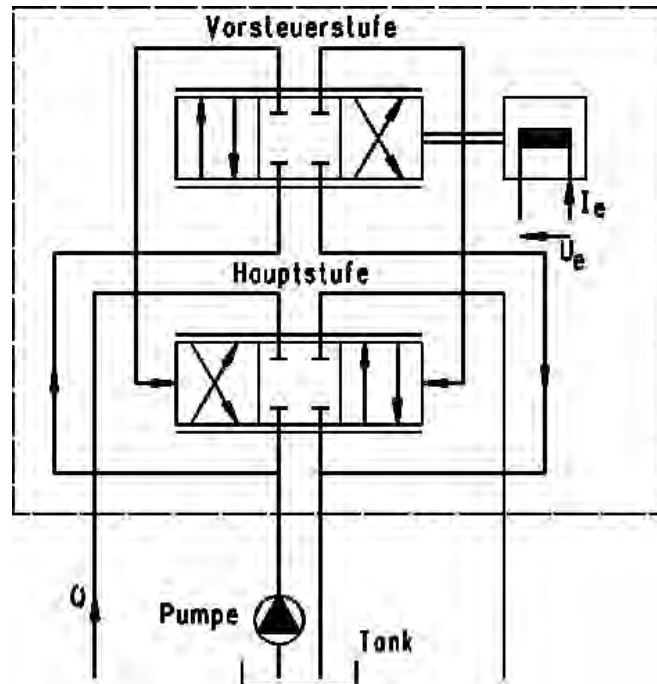


Bild 4.22 Schema eines elektrohydraulischen Servoventils

### 4.3.3 Stellmotoren und Linearantriebe

Für Dreh- oder Längsbewegungen zum Positionieren der verschiedensten Vorrichtungen werden Stellmotoren und Linearantriebe in den unterschiedlichsten Bauformen verwendet. So werden bei Bearbeitungsmaschinen der Robotik, zur Betätigung von Schiebern und Ventilen in der Verfahrenstechnik, bei Fräs- und Graviermaschinen oder an Meßtischen in der Feinwerktechnik eingesetzt.

Elektrische Stellmotoren sind häufig Scheibenläufer-, Schritt- oder Linearmotoren kleiner Leistung und geringem Trägheitsmoment. Sie arbeiten stets über ein Getriebe auf das Stellglied. Damit wird die hohe Motordrehzahl auf eine niedrige Antriebsdrehzahl unteretzt, so daß sich große Stellmomente ergeben (Bild 4.23).

Die zu realisierenden Stellbewegungen sind durch einen definierten Anfang und ein definiertes Ende gekennzeichnet. Daher bestimmen Beschleunigungs- und Verzögerungsvorgänge die mechanische, elektrische und thermische Dimensionierung von Stellantrieben [19], [27].

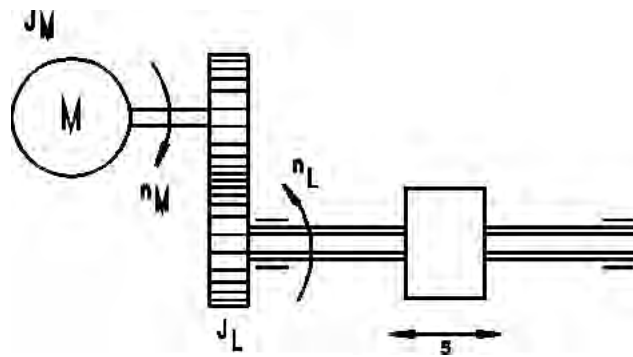


Bild 4.23 Prinzip eines Stellantriebs (Stellmotor mit Getriebe)

### Scheibenläufermotor

Der Scheibenläufermotor (Bild 4.24) besitzt einen axialen Luftspalt. Auf die Läuferscheibe ist die Ankerwicklung aufgedruckt (ähnlich wie bei einer Leiterplatte). Der Kommutator liegt dicht an der Welle. Das Ständerfeld wird mit Permanentmagneten aufgebaut, die beidseitig auf die Läuferscheibe einwirken. Die erhebliche Massenreduktion des Läufers, im Vergleich zum klassischen Gleichstrommotor, führt zu einer hohen Dynamik. Die Hochlauf- und Bremszeiten liegen im ms-Bereich.

Die Übertragungsfunktion eines Scheibenläufermotors wurde bereits in Abschnitt 3.1.8 abgeleitet und stellt ein Verzögerungsglied II. Ordnung mit den elektrischen und mechanischen Zeitkonstanten

$$T_A = \frac{L_A}{R_A} \quad \text{und} \quad T_M = \frac{J R_A}{C_2^2} \quad (4.5)$$

dar. Gewöhnlich ist die Ankerinduktivität des Motors sehr klein, so daß sich mit  $T_A \ll T_M$  ein gut gedämpftes System ergibt. Durch Koeffizientenvergleich mit der Gleichung 3.30 erhält man die Umrechnung in ein klassisches  $PT_2$ -Glied mit

$$T_2 = \sqrt{T_A T_M} \quad \text{und} \quad d = \frac{T_M}{2 T_2} \quad (4.6)$$

Beispielsweise ergeben sich mit  $T_A=25\text{ms}$  und  $T_M=180\text{ms}$  eine Dämpfung von  $d=1,342$  und eine Zeitkonstante von  $T_2=67,1\text{ms}$ .

Positionieraufgaben mit einem Scheibenläufermotor müssen als Nachlaufregelungen realisiert werden, denn die Regelgröße soll möglichst unverzögert und schwingungsfrei der veränderlichen Führungsgröße folgen. Es ist also eine Positionserfassung sowie ein Sollwertgeber notwendig.



### Schrittmotor

Der Schrittmotor ist größtenteils eine Sonderbauform der Synchronmaschine. Er eignet sich zur Umwandlung von Stromimpulsen in eine definierte Folge von Winkelschritten (Bild 4.25). Sein Läufer besteht aus hintereinanderliegenden und gegeneinander versetzten Permanentmagneten.

Der Ständer ist aus gabelförmig angeordneten Wicklungssträngen aufgebaut. Diese werden mit Transistorschaltern impulsförmig angesteuert, so daß der Läufer sich jeweils nach dem Ständerfeld ausrichtet.

Eine Regelung ist nicht erforderlich. Die Vorgabe der Winkelschritte kann ohne Rückmeldung bzw. Wegerfassung erfolgen.

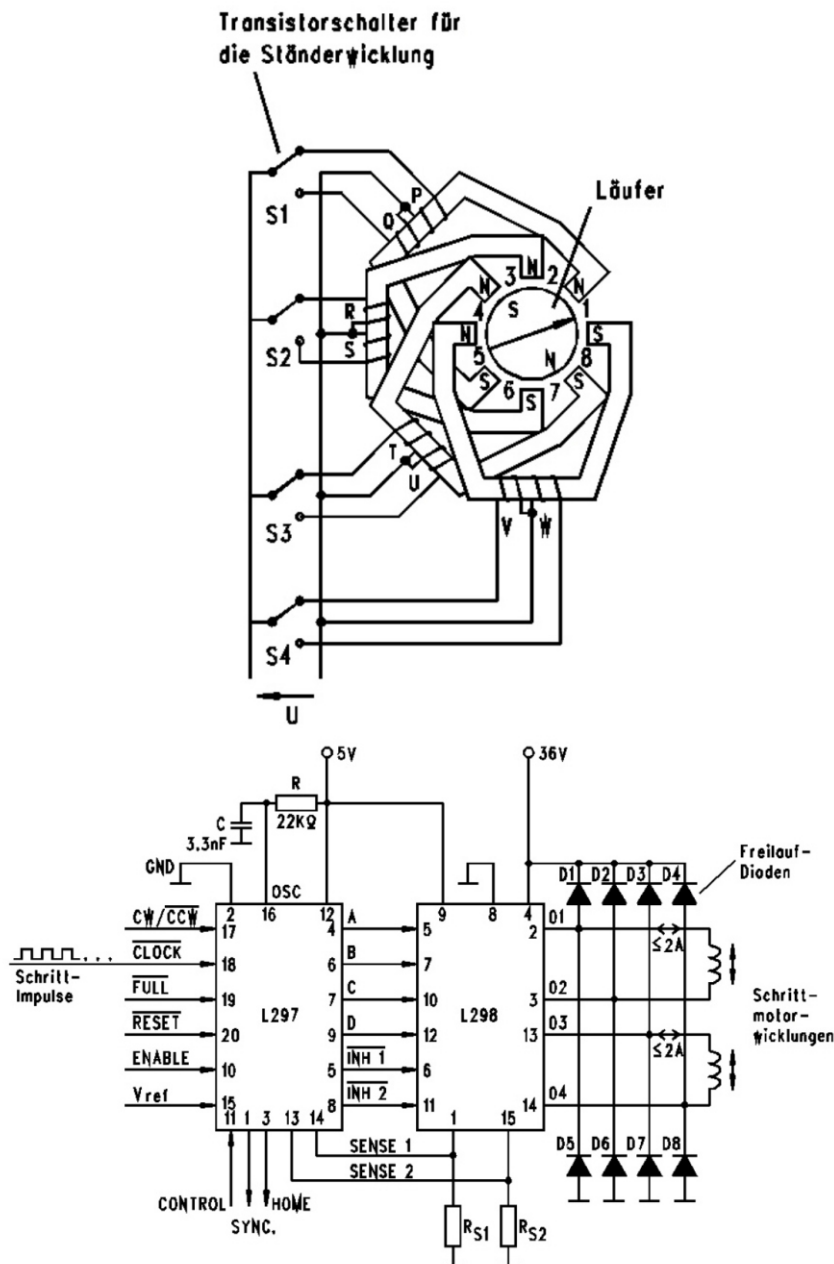


Bild 4.25

Schema eines vierpoligen Schrittmotors mit Ansteuerelektronik

*Linearmotor*

Elektrodynamische Linearmotoren unterscheiden sich vornehmlich durch die Art der bewegten Elemente (bewegte Spule, bewegter Magnet) und die Art der Erregung (permanentmagnetisch, elektrisch) sowie die Art oder das Vorhandensein einer Kommutierung [20]. Die Ausführung mit bewegten Magneten in Wechspolausführung mit Kommutierung ist in Bild 4.26 dargestellt und wird näher beschrieben.

Das Bewegungsverhalten elektrodynamischer Linearmotoren verhält sich bezüglich der charakteristischen Motor- und Bewegungsgleichungen analog dem der permanentmagnetisch erregten Gleichstrommotoren.

Vernachlässigt man Reibungs-, Reluktanz-, sowie Lasteinflüsse und geht praxisnah von  $T_A$   $T_M$  aus, ergibt die Übertragungsfunktion bezüglich der Stellgeschwindigkeit ein Verzögerungsglied I. Ordnung mit Integralglied.

$$F(p) = \frac{v(p)}{U(p)} = \frac{B}{m} \frac{I}{R} \frac{1}{pT_M(1 + pT_A)} \quad (4.7)$$

mit  $T_M$  und  $T_A$  analog zu Gleichung 4.5

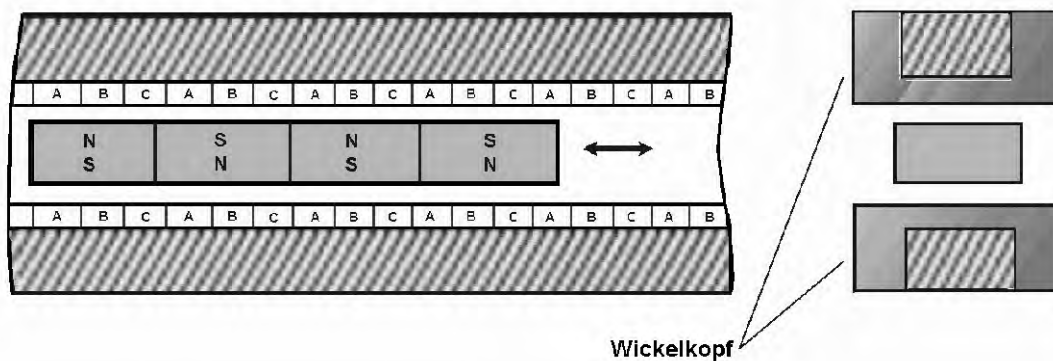


Bild 4.26 Dreisträngiger (A, B, C) Linearmotor mit bewegten Permanentmagneten in Wechspolausführung

#### 4.4 Meßeinrichtungen, Meßumformer

Die Realisierung technischer Regelkreise setzt eine möglichst exakte und zuverlässige Erfassung der Regelgröße  $x$  mit Hilfe einer Meßeinrichtung voraus [4], [26], [27], [36], [37]. Dabei interessieren den Regeltechniker vor allem das stationäre und dynamische Verhalten der Meßeinrichtung. Deren Einfluß auf die Regelung sollte gering sein.

Prinzipiell ist es Aufgabe der Meßeinrichtung bzw. Meßumformer, die physikalische Meßgröße  $x_{ph}$  mit einem Meßfühler bzw. Sensor elektrisch abzubilden und anschließend durch eine geeignete Verstärkung auf die Maßeinheit der Führungsgröße (oder eines Anzeigegerätes) zu normieren. Diese Aufgabenstellung läßt sich als Meßkette mit dem Ausschlagverfahren oder als geschlossener Regelkreis mit dem Kompensationsverfahren lösen (Bild 4.27). Dabei wird ein proportionaler und linearer Zusammenhang zwischen  $x_{ph}$  und  $x$  in weiten Grenzen angestrebt.

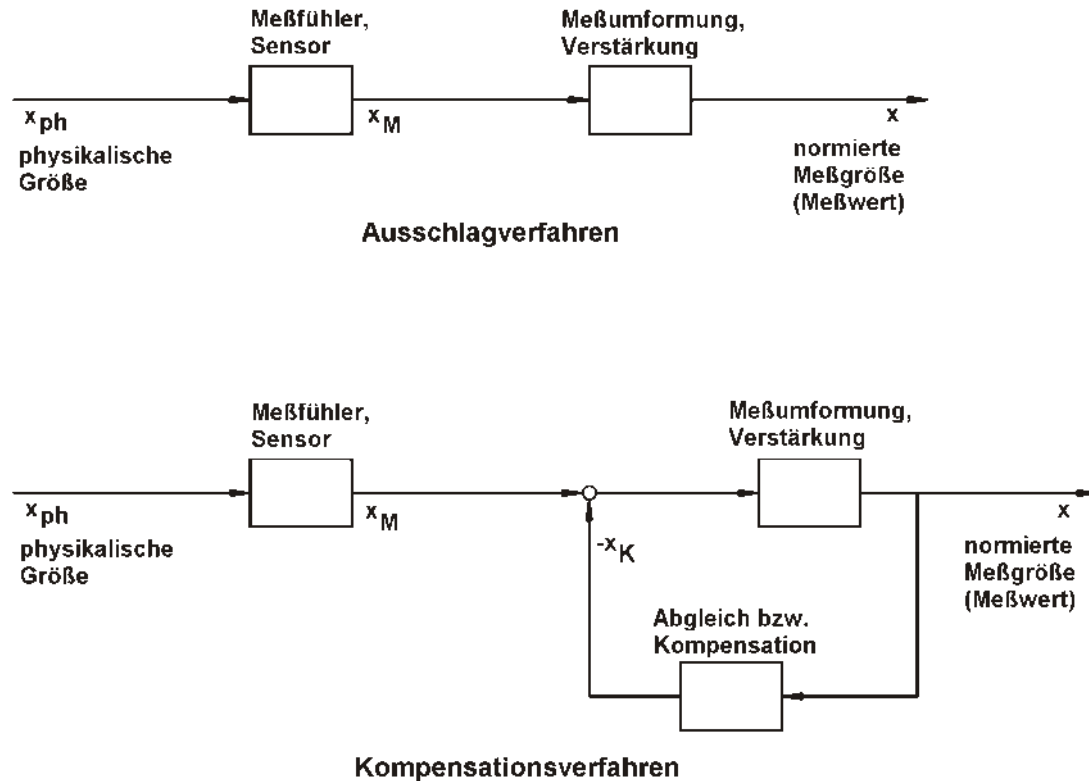


Bild 4.27

Meßeinrichtung mit Ausschlag- und Kompensationsverfahren



Da jede Meßwertabbildung und -Normierung einen endlichen Endwert aufweist (Sättigungseffekte, mechanische Begrenzungen usw.), ist diese Forderung nur in einem festgelegten Meßbereich realisierbar (Bild 4.28). Weitere, teilweise unvermeidliche Meßfehler sind der Nullpunkt- und Linearitätsfehler, die Temperaturdrift sowie die Umsetzzeit. Außerdem ist die Meßgröße  $x_{ph}$  häufig von Störsignalen (Rauschen, hochfrequente Schwingungen usw.) überlagert, so daß zur Trennung von Meßgröße und Störsignal Filter im Meßwertumformer eingesetzt werden.

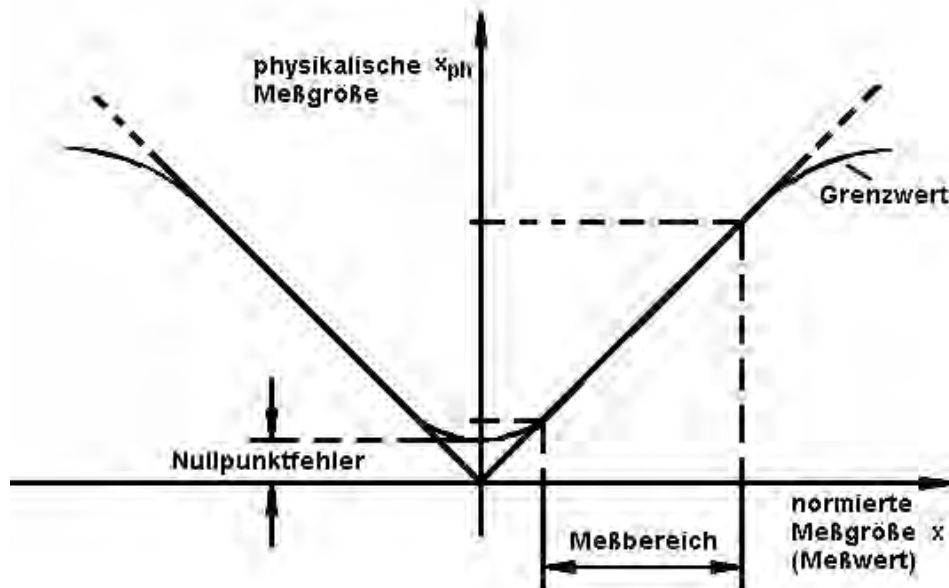


Bild 4.28 Zum Meßbereich einer Meßeinrichtung

Die angesprochenen Meßfehler und Maßnahmen zu deren Beseitigung sowie die Übertragung der Meßgröße auf langen Leitungen werden in /29/, /36/ näher behandelt. Die normierte Meßgröße wird üblicherweise als Analogsignal in der Form  $x = 4 \dots 20\text{mA}$  oder  $x = 0 \dots 10\text{V}$  ausgegeben /7/, /36/.

Die Tabelle 4.4 zeigt einige Meßeinrichtungen mit analogem bzw. digitalem Ausgangssignal nach dem Ausschlagverfahren. Vorteil des Ausschlagverfahrens ist die rückwirkungsfreie Meßwertaufnahme. In manchen Fällen bringt das Kompensationsverfahren wegen seines geschlossenen Regelkreises jedoch bessere Ergebnisse. Hier können Verstärker- und Umformungsfehler kompensiert "ausgeregelt" werden, so daß die elektrische Abbildung der Meßgröße  $x_M$  im stationären Zustand gleich der Kompensationsmeßgröße  $x_K$  ist.

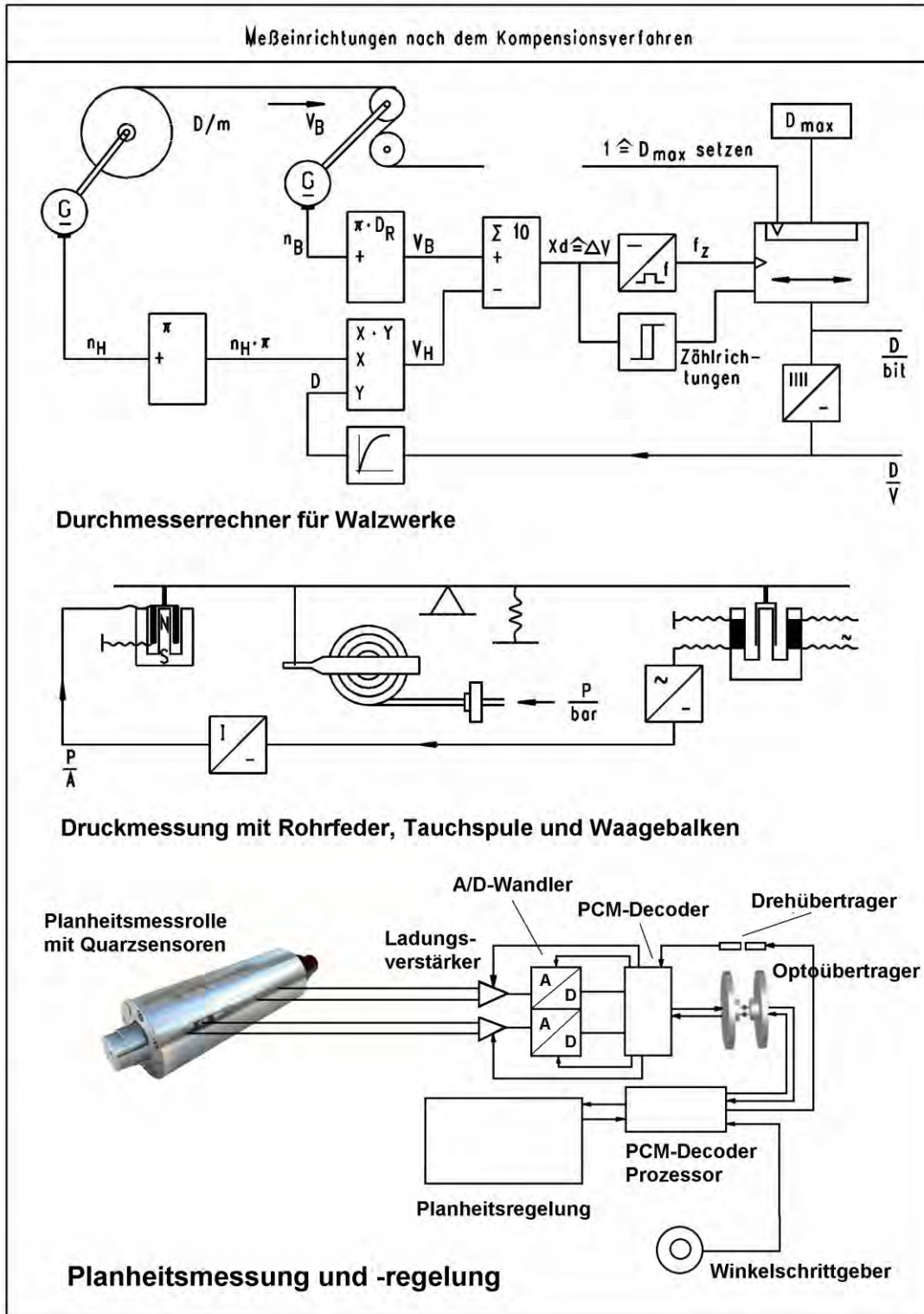
In der Tabelle 4.5 sind drei Meßeinrichtungen mit Meßwertumformung nach dem Kompensationsverfahren dargestellt.

Tabelle 4.4 Beispiele zur Meßwertumformung nach dem Ausschlagverfahren

Meßeinrichtungen nach dem Ausschlagverfahren	
<p>Drehzahlerfassung mit einem Tachodynamo und Tiefpaß zur Dämpfung von Störsignalen (<math>T_1 = R_1 C</math>; <math>K_p = 1/\alpha</math>).</p>	<p>Erfassung der Dicke <math>h</math> von Stoffbahnen mit radioaktivem Strahler.</p>
<p>Durchmesserrechner mit Impulsgeber und Banddickenmeßwert (<math>2h</math>) an gewickelten Stoffbahnen.</p>	<p>Temperatur- bzw. Kraftmessung mit einem Heißleiter <math>R_{\Delta}</math> bzw. Dehnmeßstreifen <math>R_{DMS}</math> in einer Wheatstonschen Meßbrücke.</p>
<p>Zugkrafteffassung von Stoffbahnen mit Druckmeßdose (magnetoelastisch). Dabei wird die Permeabilität eines Ferromagneten infolge der Krafteinwirkung verändert.</p>	<p>Druckmessung in Rohrleitungen mit dem piezoelektrischen Effekt und einem Ladungsverstärker.</p>

(C) Prof. Dipl.-Ing. Peter F. Orlowski

Tabelle 4.5 Beispiele zur Meßwertumformung nach Kompensationsverfahren



Für die Regelung von Wickelantrieben in der Walzwerkstechnik ist der Durchmesserrechner besonders wichtig. Er geht in vierter Potenz in die Berechnung des Trägheitsmomentes der Haspeln und damit deren Momente ein (siehe Abschnitt 6.1.6).

Eine weitere High-Tech-Entwicklung zur Verbesserung der Eigenschaften von kaltgewalzten Bändern stellt die Planheitsmessung dar. Mit Hilfe von Quarzsensoren in der Planheitsmessrolle werden Veränderungen in der Bandlängsspannung erfaßt und in einer optoelektronischen Übertragung und Zuordnung zur Beeinflussung der Bandstruktur einer Planheitsregelung zugeführt, die auf andere Regelungen des Walzprozesses korrigierend eingreift.

Für einige wichtige Meß- und Regelgrößen sowie Parameter sind die zugehörigen abgeleiteten SI-Einheiten angegeben (Tabelle 4.6). Weitere Hinweise und Anwendungen finden sich in den Abschnitten 6.1.4 - 6.1.6 des Buches.

Tabelle 4.6 Einige Formeln und deren abgeleitete SI-Einheiten

Beschleunigungsmoment	$M_A = 2 J_{\text{ges}} \frac{dn}{dt}$	$\left[\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}\right]$ [Nm] [Ws]
Motormoment	$M_M = C_2$	[Vs A] [Ws] [Nm]
Beschleunigungskraft	$F = m a$	$\left[\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$ [N] $\left[\frac{\text{Ws}}{\text{m}}\right]$
Trägheitsmoment	$J_{\text{Hohlzyl.}} = \frac{m}{2} (r_i^2 + r_A^2)$	$[\text{kg m}^2]$ $[\text{Ws}^3]$
mechan. Zeitkonstante	$T_M = \frac{m}{r}$	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{kg/s}}\right]$ [s]
elektromechan. Zeitkon.	$T_{EM} = \frac{J R_A}{C_1^2}$	$\left[\frac{\text{Ws}^3 \text{ V/A}}{\text{V}^2 \text{ s}^2}\right]$ [s]
Ankerkreiszeitkonstante	$T_A = \frac{L_A}{R_A}$	$\left[\frac{\text{Vs/A}}{\text{V/A}}\right]$ [s]
Speicherzeitkonstante	$T_S = R_S C_S$	$\left[\frac{\text{bar s}}{\text{L}} \frac{\text{L}}{\text{bar}}\right]$ [s]
Spulenspannung	$U_i = L_A \frac{dI_A}{dt}$	$\left[\frac{\text{Vs}}{\text{A}} \frac{\text{A}}{\text{s}}\right]$ [V]

## 8 Simulation mit MATLAB Simulink

Die in diesem Buch verwendeten Benutzeroberflächen für die Simulation mit der  $F_{RT}$ -Wurzelrekursion und dem PID-Algorithmus bei verschiedenen Streckentypen basieren auf dem Programm MATLAB Simulink /13/, /23/.

### 8.1 Anwendungen

Die Benutzeroberfläche für die  $F_{RT}$ -Wurzelrekursion nach Gleichung 7.7 ist in Bild 8.1 mit Beispiel dargestellt. Es können Strecken höherer Ordnung mit Totzeit oder Integralanteil auf Führungs- und Störverhalten untersucht werden.

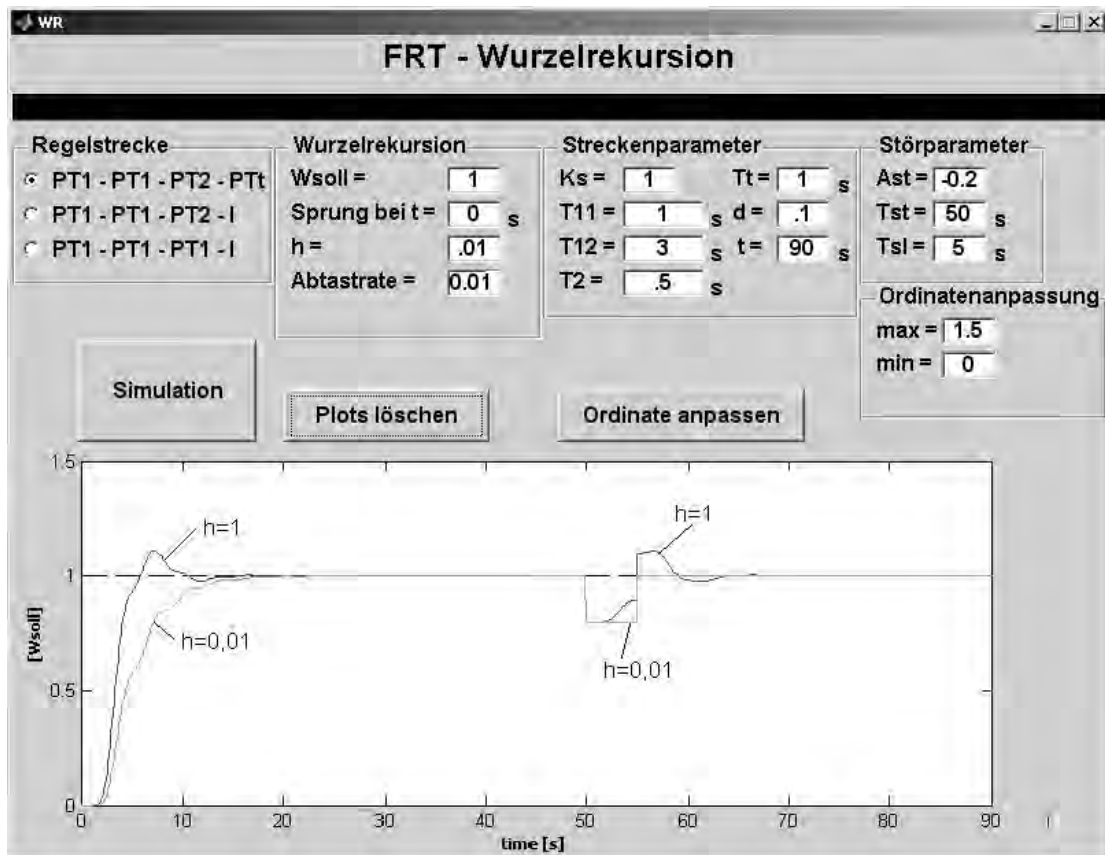


Bild 8.1 Benutzeroberfläche  $F_{RT}$ -Wurzelrekursion für verschiedene Werte der Gewichtung  $h=[0,01; 1]$  bei einer  $PT_1$ - $PT_1$ - $PT_2$ . $PT_t$ -Strecke

Die zugehörigen regeltechnischen Modelle zeigt Bild 8.2. Damit erspart sich der Anwender den nicht unerheblichen Programmieraufwand.

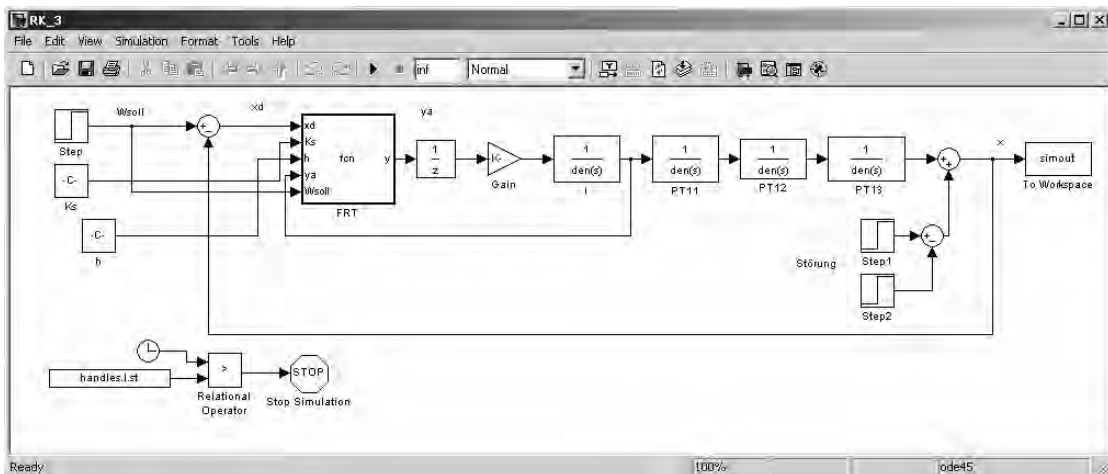
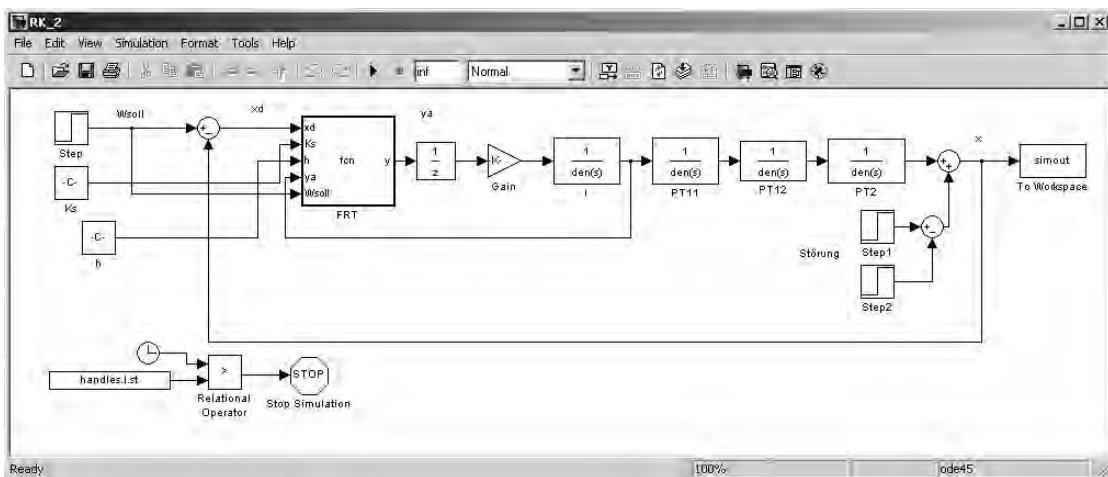
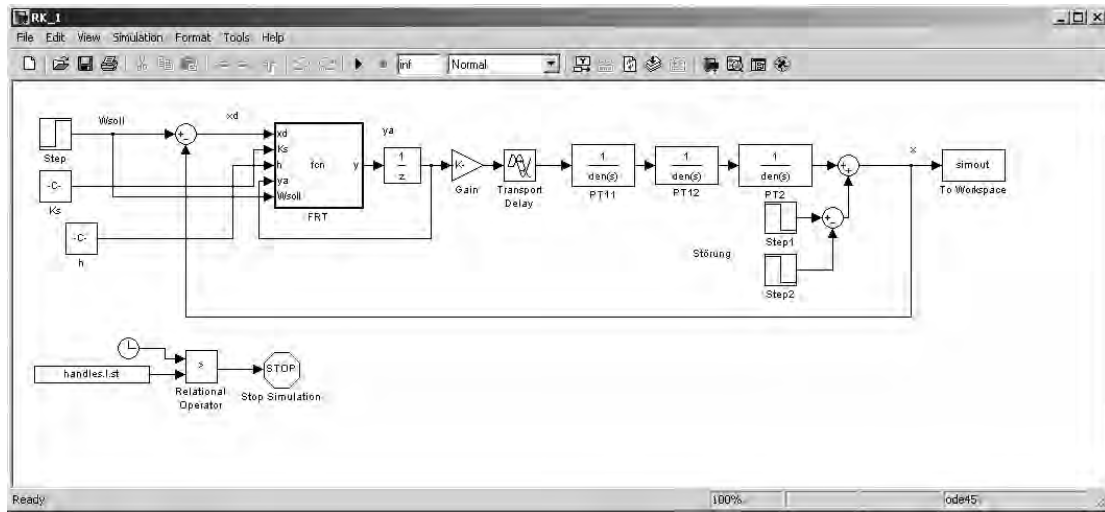


Bild 8.2 Modelle  $F_{R1}$ -Wurzelrekursion mit PTn-Strecke und Totzeit / Integral

Die Benutzeroberfläche für den PID-Algorithmus nach Gleichung 7.2 ist in Bild 8.3 an einem Beispiel dargestellt. Das gezeigte Beispiel ist direkt mit der Simulation von SIMLER-PC (Bild 7.13 auf Seite 375) vergleichbar. Es zeigt, daß lediglich der PID-Regler für diese Strecke vierter Ordnung mit Totzeit geeignet ist.

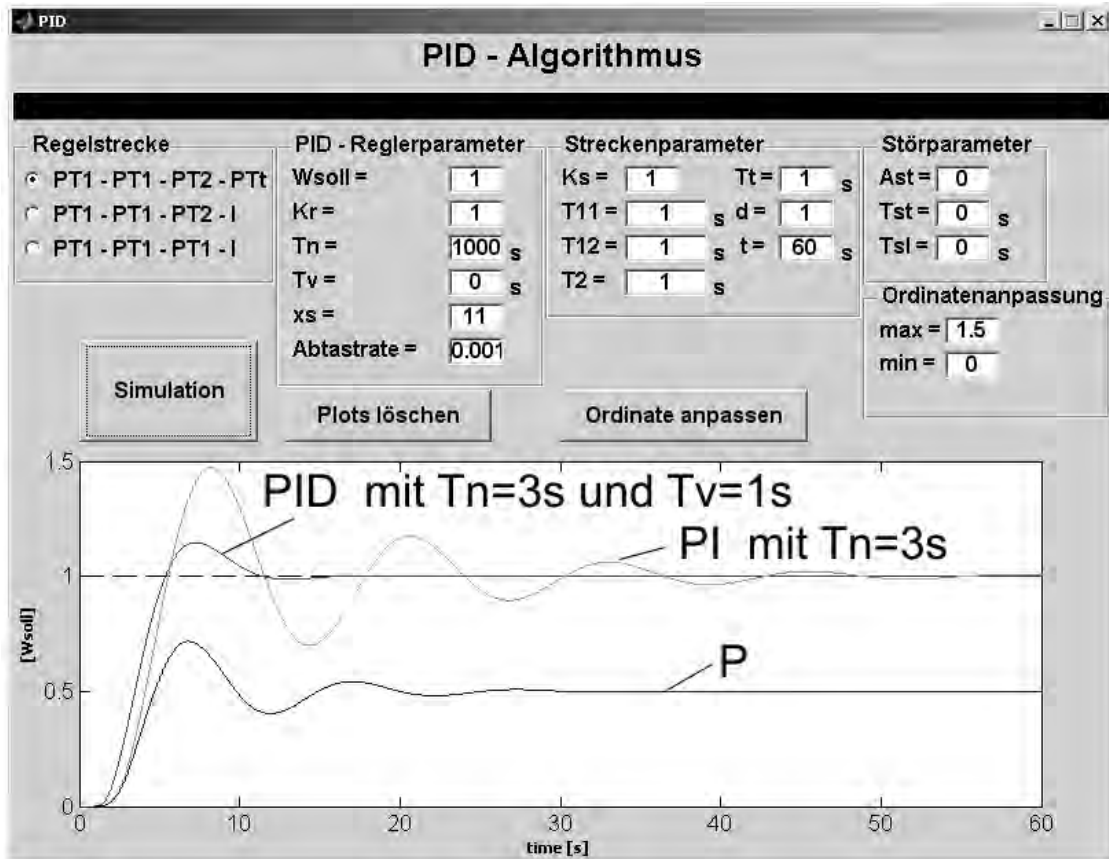
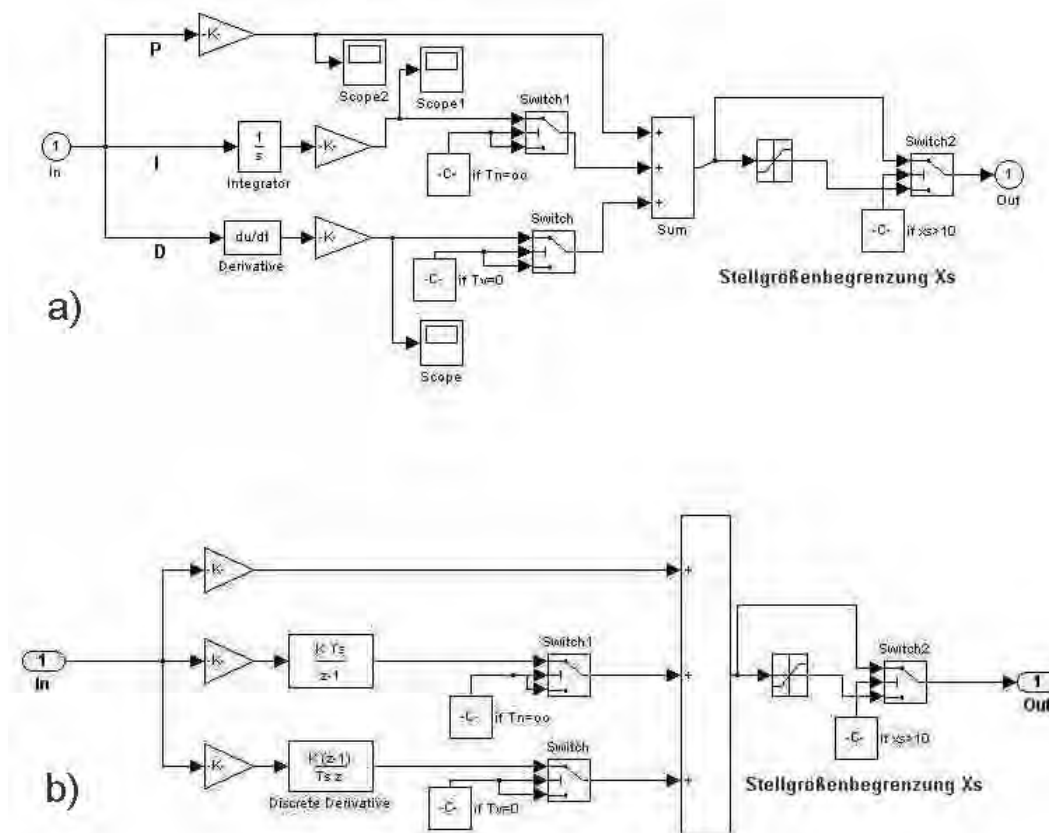


Bild 8.3 Benutzeroberfläche PID-Algorithmus für eine Strecke 4. Ordnung mit Totzeit (Variation P-, PI-, PID-Regler)

In den regeltechnischen Modellen nach Bild 8.2 ist dann lediglich der  $F_{R1}$  durch den PID-Algorithmus auszutauschen. Seine Programmstruktur ist in Bild 8.4 dargestellt.

Für Nachstellzeiten  $T_N > 10^5$  schaltet der Algorithmus auf PD-Verhalten (bei Eingabe von  $T_V > 0$ ) oder auf P-Verhalten (bei Eingabe von  $T_V = 0$ ) um. Auf diese Weise werden die vier bekannten Grundreglertypen realisiert.

Die Reglerbegrenzung  $X_s$  sowie der Eingriff von Störgrößen (am Ende der Strecke) werden wie in SIMLER-PC gehandhabt (siehe dazu Abschnitte 7.1.3 und 7.2.3).  $X_s$  wird mit einem Schalter umgangen, wenn die Begrenzung den Wert  $X_s > 10$  (zehnfache Amplitude der Stellgröße  $y$ ) annimmt.

Bild 8.4 Struktur des PID-Algorithmus mit Stellgrößenbegrenzung  $X_s$ 

a) Laplace-transformierte Form b) z-transformierte (diskrete) Form

In einem weiteren Beispiel soll eine Strecke dritter Ordnung mit Integralanteil auf Führungs- und Störverhalten bezüglich der Reglerparameter und der Abtastzeit  $T_z$  optimal eingestellt werden.

Da die Strecke bereits einen I-Anteil enthält, ist der PD-Regler die richtige Wahl. Mit einer Reglerverstärkung von  $K_r=0,35$  und der Vorhaltzeit von  $T_v=0,3s$  kann die Regelung ohne Überschwingen eingestellt werden. Dabei wurde die Begrenzung der Stellgröße auf  $X_s=1,2$  eingestellt. Die impulsförmige Störgröße am Ende der Strecke, die nach  $T_{st}=15s$  einsetzt, wird ebenfalls gut ausgegelt (Bild 8.5).



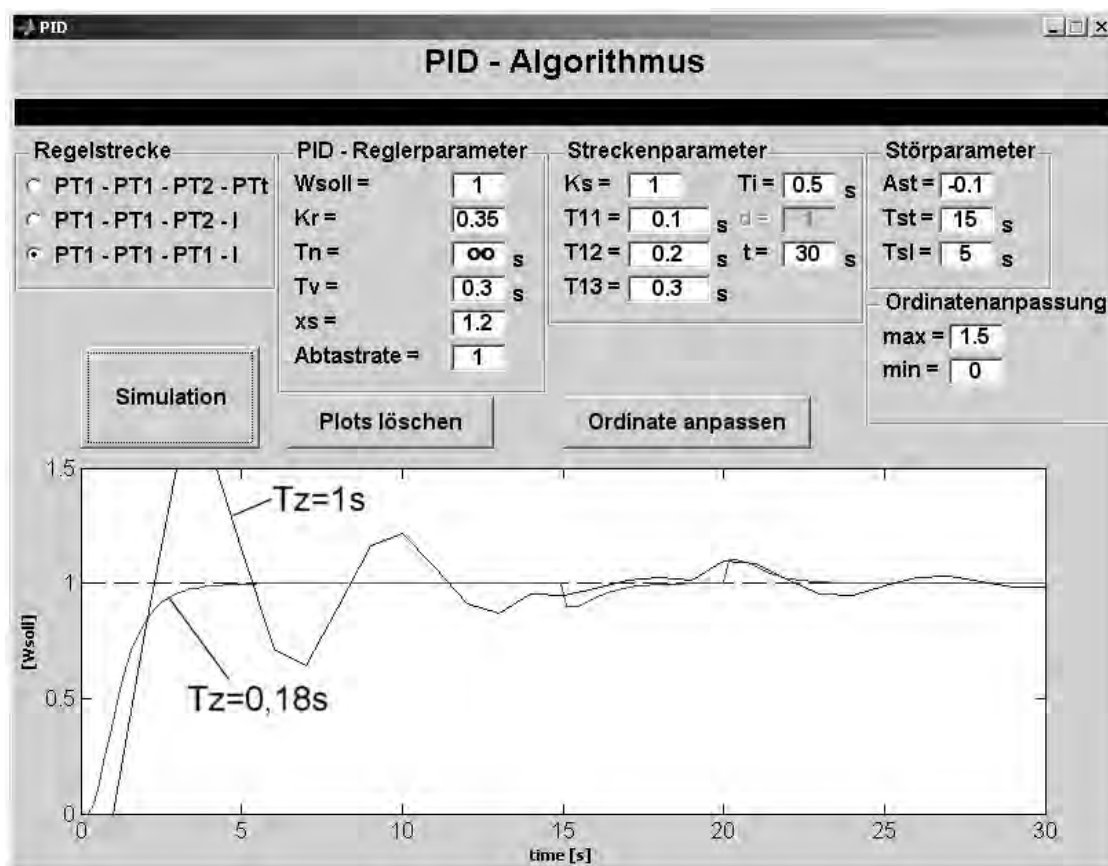


Bild 8.5 PD-Regler mit PT<sub>3</sub>-I-Strecke bei verschiedenen Abtastzeiten

Errechnet man die optimale Abtastzeit anhand der Durchtrittsfrequenz der Regelung (mit Hilfe von SIMLER-PC), ergibt sich entsprechend Abschnitt 5.5 Gleichung 5.38 folgender Wert:

$$T_z = 0,125 / \quad D \quad 0,18s$$

Eine erhebliche Vergrößerung dieser Abtastzeit führt wie zu erwarten zu unerwünscht starkem Überschwingen der Regelung.

Die Programm-Files für die Benutzeroberfläche des PID-Algorithmus stehen auf der Homepage unseres Fachbereichs ME an der Technischen Hochschule Mittelhessen (vormals FH-Gießen-Friedberg) zur freien Verfügung unter:

[www.me.th-mittelhessen.de/dienstleistungen/Download](http://www.me.th-mittelhessen.de/dienstleistungen/Download)

Dort die Datei: MATLAB-PID-Algorithmus.ZIP

## 9 Lösungen zu Aufgaben und Klausuren

### 9.1 Aufgaben

#### Aufgabe 2.1 (S. 16)

Durch Verlegen der Störgrößen hinter die Regelstrecke erhält man das Blockschaltbild (Bild 9.1) und kann sofort Gleichung 2.8 anwenden. Es wird

$$x = \frac{K_0}{1 + K_0} w + \frac{1}{1 + K_0} (z_3 + K_{S2} z_2 - K_S z_1) .$$

Mit  $K_0 = K_R \cdot K_{S1} \cdot K_{S2} = 50$  folgt

$$x = \frac{50}{51} 10 \text{ V} + \frac{1}{51} (0,01 + 0,2 - 4) \text{ V} = 9,7296 \text{ V}$$

und somit  $x_d = w - x = 0,2704 \text{ V}$ . Damit entspricht die Regeldifferenz  $x_d = 35,15 \text{ }^\circ\text{C}$ . Bezogen auf den Sollwert von  $1300^\circ\text{C}$  sind das lediglich 2,7%, da der Störgrößeneinfluß durch den Quotienten  $1/(1+K_0)$  fast eliminiert wird.

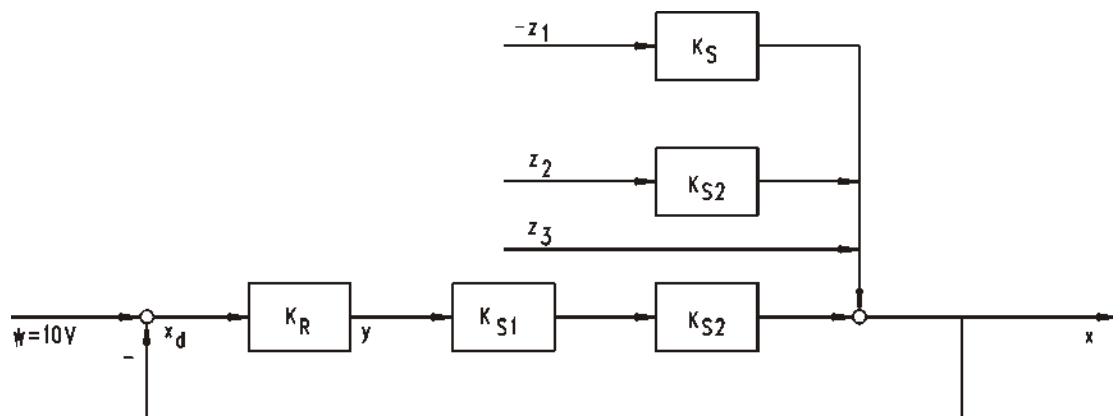


Bild 9.1 Vereinfachtes Blockschaltbild der Aufgabe 2.1

## Aufgabe 2.2 (S. 17)

Der Operationsverstärker-Regler läßt sich mit Hilfe von Gleichung 2.10 als Regler-Block einschließlich der Summationsstelle für  $x_d$  darstellen. Wählt man den Widerstand für Führungsgröße  $w$  und Regelgröße  $x$  gleich ( $R_1$ ), wird

$$y = -R_2 / R_1 (w - x) - K_R x_d .$$

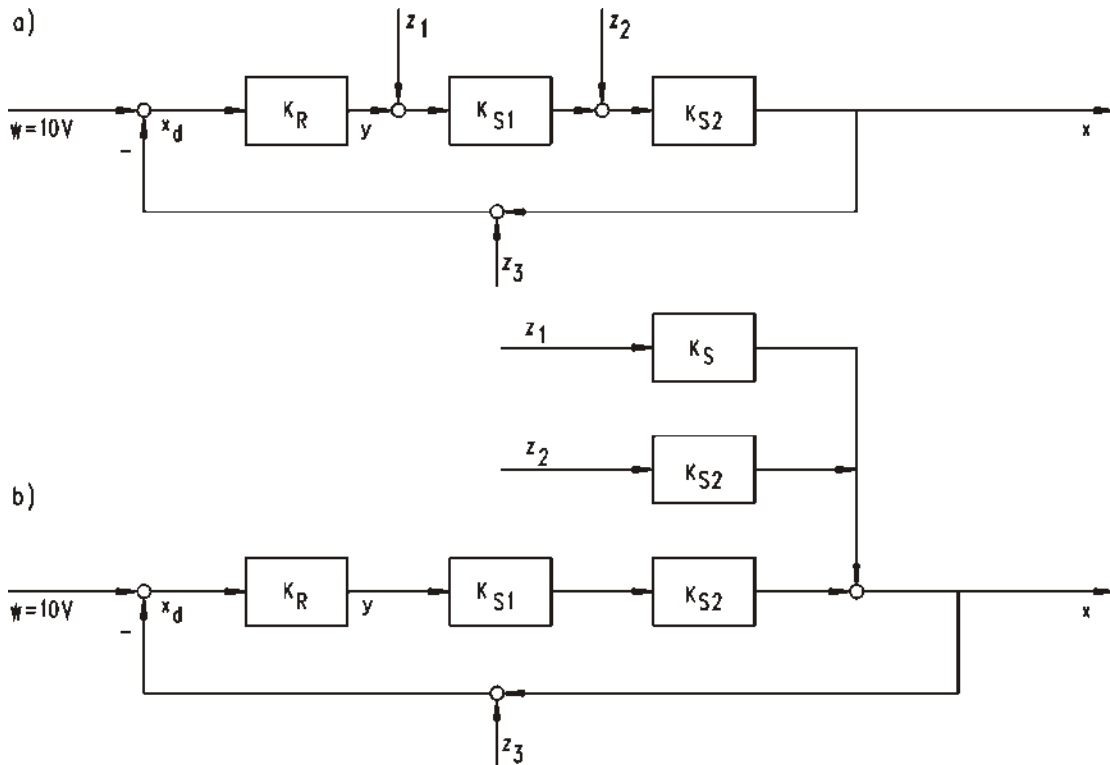


Bild 9.2 Blockschaltpläne nach Bild 2.9

Der Blockschaltplan der Positionsregelung entspricht dann zunächst Bild 9.2a. Durch Verlegen der Störgrößen hinter die Regelstrecke ergibt sich Bild 9.2b. Die Störgröße  $z_3$  bleibt davon ausgenommen (siehe Gleichung 2.9). Damit wird

$$x = \frac{K_0}{1 + K_0} (w - z_3) + \frac{1}{1 + K_0} (K_{S2} z_2 + K_S z_1) .$$

Mit  $K_0 = K_R K_S = 200$  ergibt sich  $x = 9,9225 \text{ V}$ . Die Regeldifferenz beträgt dann  $x_d = 77,51 \text{ mV}$ .

Der Störgrößeneinfluß von  $z_1, z_2$  wird durch die hohe Verstärkung  $K_0=200$  praktisch eliminiert. Die Störgröße  $z_3$  geht jedoch voll in die Regelung ein. Zum exakten Anfahren der Position benötigt man daher den PI-Regler.

Aufgabe 2.3 (S. 32)

Mit  $U = 0$  erhält man eine inhomogene Differentialgleichung I. Ordnung mit konstanten Koeffizienten

$$U_e = i(t) R + L \frac{d i(t)}{dt} ,$$

oder 
$$i(t) = \frac{U_e - L \frac{d i(t)}{dt}}{R} .$$

Eingeteilt in einen stationären und einen abklingenden Teil des Stromes

$$i(t) = i_{st} + i_f$$

sowie der Anfangsbedingung  $i(0) = 0$ , folgt für den stationären Anteil

$$i_{st} = \frac{U_e}{R} .$$

Mit dem bekannten Exponentialansatz ergibt sich schließlich nach kurzer Rechnung die Sprungantwort des Stromes

$$i(t) = \frac{U_e}{R} \left( 1 - e^{-\frac{R}{L} t} \right) .$$

Sie ist in Bild 9.3 mit den gegebenen Werten dargestellt.

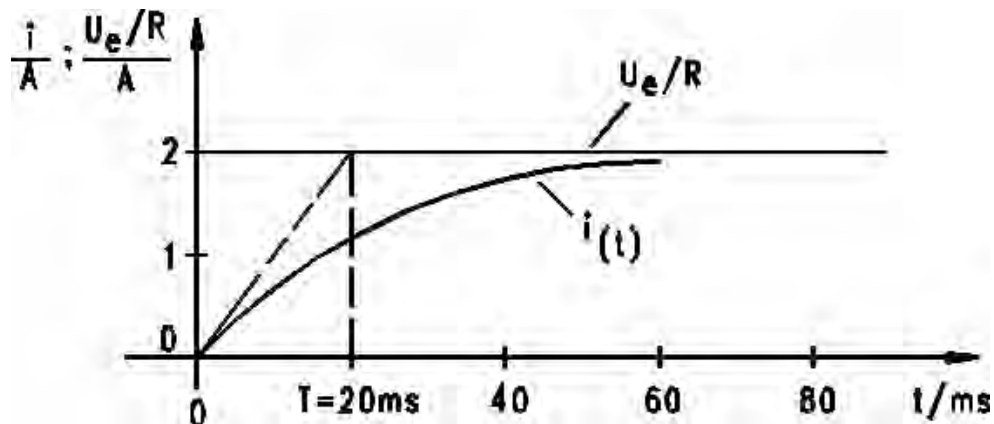


Bild 9.3 Sprungantwort des Stromes  $i$  nach Bild 2.25

Aufgabe 2.4 (S. 32)

Mit  $F = 0$  ergibt sich die inhomogene Differentialgleichung 2. Ordnung

$$F_e = r \frac{ds_a}{dt} + m \frac{d^2 s_a}{dt^2} .$$

Für die homogene Teillösung gilt der Ansatz

$$s_{a \text{ hom}} = C_1 e^{p_1 t} + C_2 e^{p_2 t} .$$

Die charakteristische Gleichung lautet

$$p^2 + \frac{r}{m} p = 0 \quad \text{bzw.} \quad p(p + \frac{r}{m}) = 0 .$$

Damit ergeben sich die Nullstellen zu  $p_1=0$  und  $p_2=-r/m$ , so daß man

$$s_{a \text{ hom}} = C_1 + C_2 e^{-\frac{r}{m} t}$$

erhält. Bei dem hier angenommenen energielosen Anfangszustand, also  $s_a(0)=0$  folgt dann für die Konstanten

$$C_1 + C_2 = 0 \quad \text{bzw.} \quad C_1 = -C_2 .$$

Somit lautet die homogene Teillösung

$$s_{a \text{ hom}} = -C_2 + C_2 e^{-\frac{r}{m} t} .$$

Für die partikuläre Teillösung der Differentialgleichung wählt man hier den Ansatz

$$s_{a \text{ par}} = A + B t .$$

Damit erhält man für

$$\frac{ds_{a \text{ par}}}{dt} = B \quad \text{und} \quad \frac{d^2 s_{a \text{ par}}}{dt^2} = 0 .$$

Eingesetzt in die gegebene Differentialgleichung II. Ordnung ergibt sich

$$F_e = r B + m 0 .$$

Daraus folgt  $B=F_e/r$  und  $A=0$  , also lautet die partikuläre Teillösung

$$s_{a \text{ par}} = \frac{F_e}{r} t$$

Die Lösung der Differentialgleichung entspricht der Summe aus partikulärer und homogener Lösung. Sie ergibt sich zu

$$s_a(t) = s_{a \text{ hom}} + s_{a \text{ par}} = -C_2 + C_2 e^{-\frac{r}{m}t} + \frac{F_e}{r} t ,$$

und ist in Bild 9.4 dargestellt.

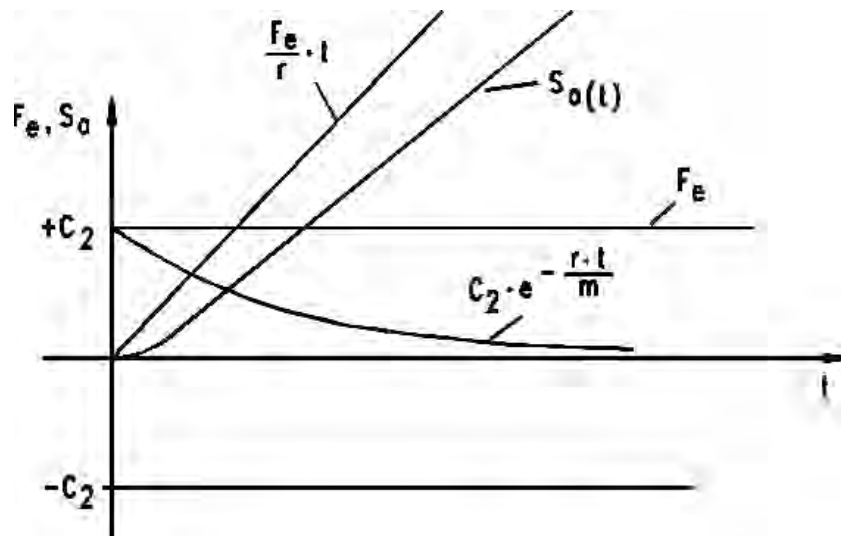


Bild 9.4 Sprungantwort  $s_a(t)$

### Aufgabe 2.5 (S. 38)

Nach der Spannungsteilerregel verhalten sich die Spannungen wie die zugehörigen Impedanzen (Wechselstromwiderstände), so daß sich hier folgender Zusammenhang ergibt:

$$\frac{U_a(j)}{U_e} = \frac{\frac{R/j}{R+1/j}}{R + \frac{1}{j} + \frac{R/j}{R+1/j}} .$$

Nach dem Beseitigen der Doppelbrüche erhält man

$$\begin{aligned} \frac{U_a(j\omega)}{U_e} &= \frac{R}{R + (1 + j\omega RC)\left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)}, \\ &= \frac{R}{3R + j\omega R^2 C + \frac{1}{j\omega C}}, \\ &= \frac{1}{3 + j\left(\omega T - \frac{1}{\omega T}\right)} \end{aligned}$$

mit  $T = RC$ .

Wendet man auf den gesamten Bruch die konjugiert komplexe Erweiterung an, ergibt sich schließlich die gesuchte Funktion der Ausgangsspannung

$$U_a(j\omega) = U_e \frac{3 + j\left(\frac{1}{\omega T} - \omega T\right)}{9 + \left(\frac{1}{\omega T} - \omega T\right)^2}.$$

### Aufgabe 2.6 (S. 38)

Für  $T_1=T_2=T_3=T$  lautet die Funktion

$$\underline{F} = \frac{1 + j\omega T}{1 + j\omega\left(T - \frac{1}{\omega^3 T^3}\right)}.$$

Bei der Berechnung des Frequenzgangbetrages geht man grundsätzlich so vor:

1. Man zerlegt Zähler und Nenner von  $F(j\omega)$  jeweils in Real- und Imaginärteil.
2. Jeder Real- und Imaginärteil von Zähler und Nenner wird für sich quadriert.
3. Aus dem gesamten Bruch wird die Wurzel gezogen.

Auf diese Weise erspart man sich die konjugiert komplexe Erweiterung, die sonst zur Berechnung von  $|F(j\omega)|$  herangezogen wird.

Die Lösung lautet somit sofort:

$$\underline{F} = \sqrt{\frac{1 + T^2 p^2}{1 + (T - T^3 p^3)^2}} .$$

### Aufgabe 2.7 (S. 50)

Die Störfunktion  $x_e(t)$  Laplace-Transformiert ist  $x_{e0}$  (siehe Tabelle 2.2 Korrespondenz Nr.1). Damit lautet die Bildfunktion

$$p T x_a(p) + x_a(p) = x_{e0} .$$

Die so algebraisierte Gleichung ergibt sofort die Übertragungsfunktion

$$F(p) = \frac{x_a(p)}{x_{e0}} = \frac{1}{1 + pT} = \frac{a}{p + a}$$

mit  $a = 1/T$  .

Mit Hilfe der Korrespondenz Nr. 6, Tabelle 2.2 erhält man die gesuchte Sprungantwort

$$x_a(t) = x_{e0} (1 - e^{-t/T}) ,$$

die in Bild 9.5 dargestellt ist. Sie entspricht der Sprungantwort eines  $PT_1$ -Gliedes (vergleiche mit Abschnitt 3.1.7), d.h. das System enthält einen unabhängigen Energiespeicher.

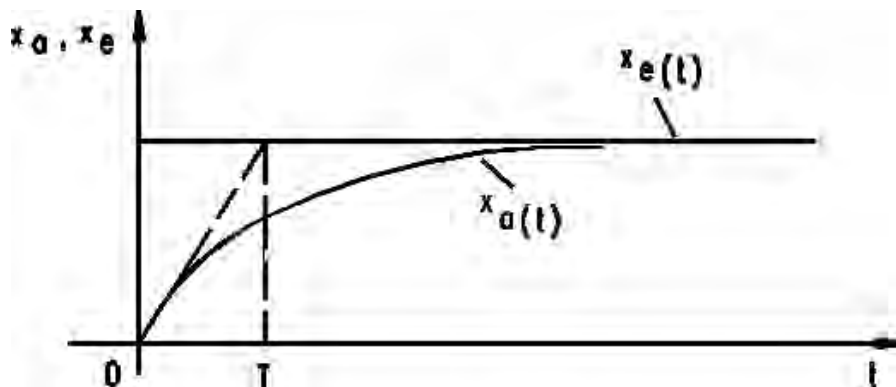


Bild 9.5 Sprungantwort zu der gegebenen Differentialgleichung



Aufgabe 2.8 (S. 50)

Die sinusförmige Anregung läßt sich mit der Korrespondenz Nr. 18, Tabelle 2.2 in den Bildbereich transformieren. Es gilt dann

$$x_e(p) = \hat{x}_e \frac{p}{p^2 + \frac{c_f}{m}}$$

Für den energielosen Anfangszustand läßt sich dann direkt die Bildfunktion aus der gegebenen Differentialgleichung angeben. Mit  $p=d/dt$  folgt

$$x_a(p)[m p^2 + r p + c_f] = \hat{x}_e \frac{p}{p^2 + \frac{c_f}{m}}$$

Nach  $x_a(p)$  umgestellt ergibt sich schließlich

$$x_a(p) = \frac{\hat{x}_e}{c_f} \frac{p}{p^2 + \frac{c_f}{m}} \frac{\frac{c_f}{m}}{p^2 + \frac{r}{m} p + \frac{c_f}{m}}$$

Setzt man für die Kennkreisfrequenz  $\omega_0^2 = c_f / m$  und weiter  $2a=r/m$ , so läßt sich mit Hilfe der Korrespondenz Nr. 31, Tabelle 2.2 der zeitliche Verlauf  $x_a(t)$  angeben. Läßt man nun praxisnah die Vereinfachungen

$$\omega_0 = 0,7071 \quad \text{sowie} \quad a = \frac{0}{2} \quad \text{und} \quad \omega_0 = 3$$

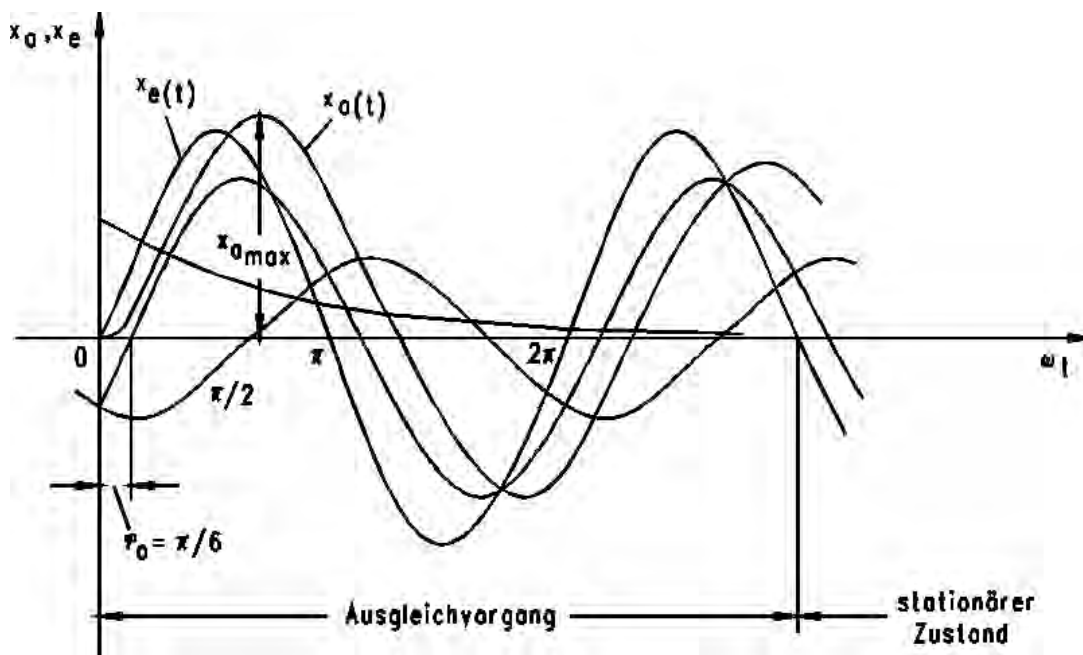
zu, so wird die Eigenkreisfrequenz

$$\omega_e = 0,7071 \quad \omega_0 \quad .$$

Für diesen Fall erhält man

$$x_a(t) = \frac{\hat{x}_e}{c_f} \left[ 0,986 \sin \left( t - \frac{0}{6} \right) - 0,37 \cos \left( t - \frac{0}{6} \right) + \frac{0}{\sqrt{2}} e^{-0t/2} (1,04 \sin \sqrt{2} \omega_0 t - 0,5 \cos \sqrt{2} \omega_0 t) \right] .$$

Dieser Ausgleichsvorgang ist in Bild 9.6 dargestellt. Im stationären Zustand bleibt lediglich der erste Term der Gleichung erhalten.

Bild 9.6 Zeitlicher Verlauf der Ausgangsgröße  $x_a(t)$ 

### Aufgabe 2.9 (S. 50)

Mit Hilfe der Gleichung 2.10 läßt sich die Bildfunktion der Ausgangsspannung bestimmen. Es handelt sich um einen Bandpaß.

$$\frac{U_a(p)}{U_e} = - \frac{R_2 \frac{1}{pC_2}}{R_1 + \frac{1}{pC_1}} = - \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{pT_1}\right)(1 + pT_2)}$$

mit  $K_p = R_2/R_1$ ;  $T_1 = R_1 C_1$ ;  $T_2 = R_2 C_2$ .

Formt man die Gleichung mit  $a = a_1 = a_2 = 1/T_1 = 1/T_2 = 1/T$  um, folgt

$$\frac{U_a(p)}{U_e} = -a K_p \frac{p}{(p+a)^2}$$

Die Korrespondenzen Nr. 1 und Nr. 5, Tabelle 2.2 liefern dann den zeitlichen Verlauf der Ausgangsspannung, der in Bild 9.7 dargestellt ist.

$$U_a(t) = -10 U_e \frac{t}{T} e^{-\frac{t}{T}}$$

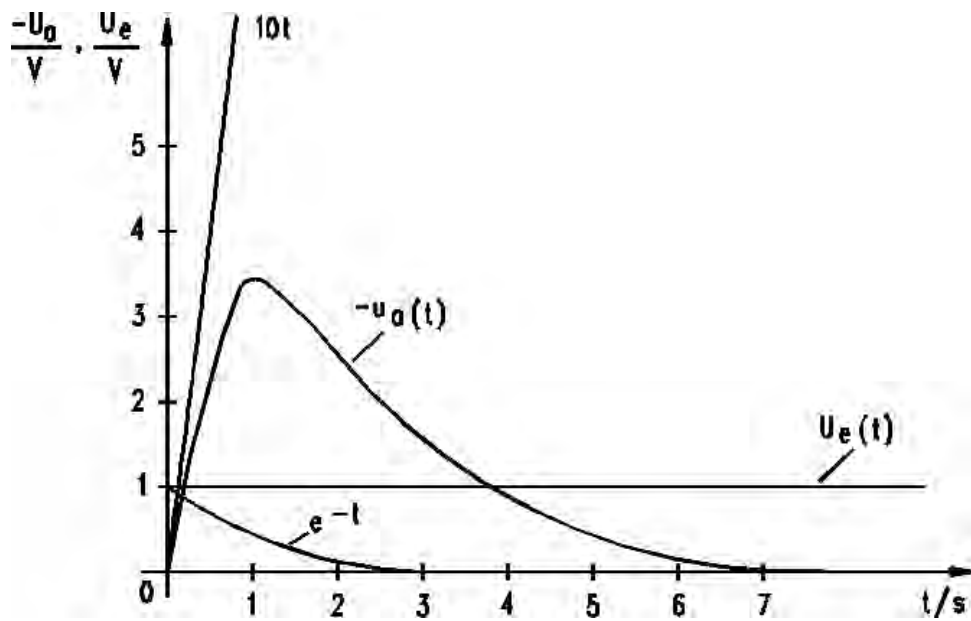


Bild 9.7 Zeitlicher Verlauf der Ausgangsgröße nach Bild 2.34

### Aufgabe 2.10 (S. 51)

Dieser Ausgleichsvorgang lässt sich durch die Überlagerung zweier Ausgleichsvorgänge berechnen (Bild 9.8); einen Einschaltvorgang mit

$$U_1(t) = U_0(t)$$

und einen Ausschaltvorgang mit

$$U_2(t) = U_0(t - t_1)$$

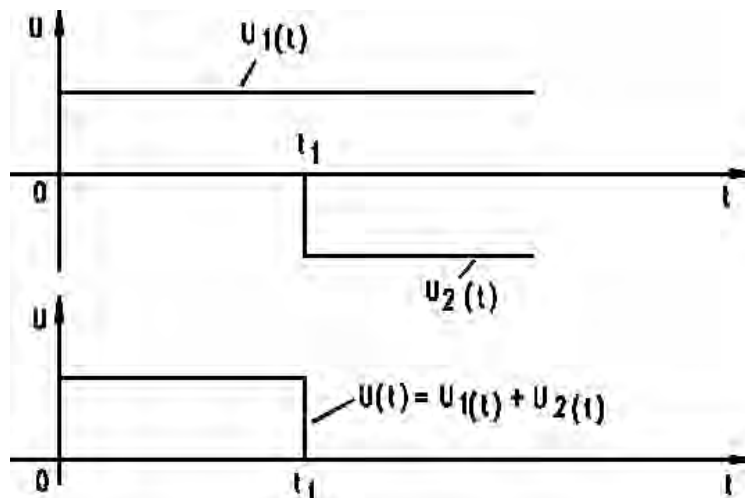


Bild 9.8 Impuls-Bildung durch Überlagerung zweier Sprungfunktionen

Mit  $U = 0$  erhält man für das Einschalten

$$U_1(p) = i_1(p)(R + pL) \quad ,$$

bzw.

$$i_1(p) = \frac{U_1(p)}{R} \frac{a}{p+a} = \frac{U}{R} \frac{a}{p+a}$$

mit  $a=1/T=R/L$  .

Die Korrespondenz Nr. 6, Tabelle 2.2 liefert den zeitlichen Verlauf des Stromes

$$i_1(t) = \frac{U}{R} (1 - e^{-t/T}) \quad .$$

Für den Ausschaltvorgang gilt

$$U_2(p) = i_2(p)(R + pL) = -\frac{U}{R} \mathcal{O}(t-t_1)(R + pL) \quad ,$$

bzw.

$$i_2(p) = -\frac{U}{R} \frac{a}{p+a} \mathcal{O}(t-t_1) \quad .$$

Mit Hilfe des Verschiebungssatzes der Carson-Laplace-Transformation (Tabelle 2.1, Nr. 4) folgt für die Bildfunktion des Stromes  $i_2(p)$

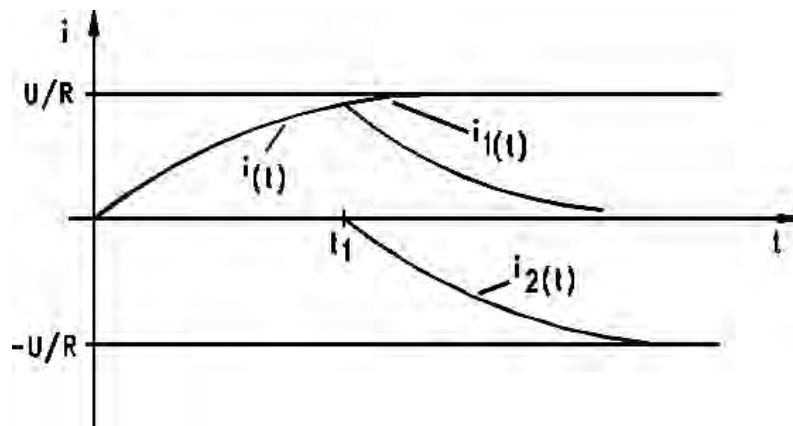
$$i_2(p) = -\frac{U}{R} \frac{a}{p+a} e^{-pt_1} \quad .$$

Die Rücktransformation in den Zeitbereich erfolgt ebenfalls mit dem Verschiebungssatz sowie der Korrespondenz Nr. 6, Tabelle 2.2, so daß der zeitliche Verlauf des Stromes  $i_2(t)$  lautet:

$$i_2(t) = -\frac{U}{R} [1 - e^{-(t-t_1)/T}] \quad \text{für} \quad t \geq t_1 \quad .$$

Der Gesamtstrom entspricht der Zusammenfassung aus den beiden Teilströmen und ist in Bild 9.9 dargestellt.

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) \quad .$$

Bild 9.9 Zeitlicher Verlauf des Stromes  $i(t)$  nach Bild 2.35

Es wäre auch möglich gewesen, den gesamten Ausgleichsvorgang mit Hilfe der impulsförmigen Spannung

$$U(t) = U [ \delta(t) - \delta(t - t_1) ]$$

direkt zu berechnen. Sie liegt im Bildbereich als Korrespondenz Nr. 2 in der Tabelle 2.2 vor.

### Aufgabe 2.11 (S. 51)

Mit Hilfe der Gleichung 2.10 läßt sich die Bildfunktion  $F(p)$  als Quotient des Gegenkopplungs- zum Eingangs-Netzwerk bestimmen.

$$F(p) = \frac{U_a(p)}{U_e(p)} = - \frac{\frac{R_n (R_r + \frac{1}{pC_r})}{R_n + R_r + \frac{1}{pC_r}}}{\frac{R_e (R_g + \frac{1}{pC_e})}{R_e + R_g + \frac{1}{pC_e}}}$$

Nach dem Beseitigen der Doppelbrüche und dem Einsetzen von  $p=j\omega$ , erhält man den Frequenzgang

$$F(j\omega) = -K_p \frac{(1 + j\omega T_N)[1 + j\omega(T_V + T_g)]}{(1 + j\omega T_g)[1 + j\omega(T_N + T_k)]}$$

mit



Der Partialbruch  $B$  ist mit Hilfe der Korrespondenz Nr. 6, Tabelle 2.3 in den Zeitbereich rücktransformierbar

$$f_B(t) = 1 - e^{-a_1 t} .$$

Für den Partialbruch  $C$  erhält man mit Korrespondenz Nr. 5, Tabelle 2.3

$$f_C(t) = \frac{a_1}{a_N} e^{-a_1 t} .$$

Somit lautet die Sprungantwort der Reihenschaltung aus PID-Regler und  $PT_1$ -Glied

$$x_a(t) = x_e K_0 \left[ 1 - \frac{T_1}{T_N} + \frac{t}{T_N} - \left( 1 - \frac{T_1}{T_N} - \frac{T_V}{T_1} \right) e^{-t/T_1} \right] .$$

### Aufgabe 3.2 (S. 120)

Die Übertragungsfunktion dieser Reihenschaltung läßt sich direkt angeben mit

$$F(p) = K_0 \frac{1 + p T_N}{p T_N (1 + p T_1)} = K_0 \frac{a_1}{p} \frac{p + a_N}{p + a_1}$$

mit  $a_1 = 1/T_1$  und  $a_N = 1/T_N$  .

Mit dem Faltungssatz (Tabelle 2.1, Nr. 7) läßt sich die Sprungantwort errechnen, wenn man setzt:

$$F_1(p) = K_0 a_1 \quad \text{und} \quad F_2(p) = \frac{p + a_N}{p + a_1} .$$

Tabelle 2.2 Korrespondenz Nr. 1 und Nr. 12 liefern die beiden zugehörigen Originalfunktionen

$$f_1(t) = \frac{K_0}{T_1} \quad \text{und} \quad f_2(t) = \frac{T_1}{T_N} + \left( 1 - \frac{T_1}{T_N} \right) e^{-t/T_1} .$$

Die beiden Originalfunktionen werden in das Faltungsintegral eingesetzt und integriert. Nach kurzer Rechnung erhält man die gesuchte Sprungantwort

$$f(t) = \frac{x_a(t)}{x_e} = K_0 \left[ 1 - \frac{T_1}{T_N} + \frac{t}{T_N} - \left(1 - \frac{T_1}{T_N}\right) e^{-\frac{t}{T_1}} \right],$$

die in Bild 9.10 für  $T_1 = T_N/2$  und  $K_0 = 0,5$  dargestellt ist. Es handelt sich demnach um ein Beispiel für die Sprungantwort eines realen PI-Reglers.

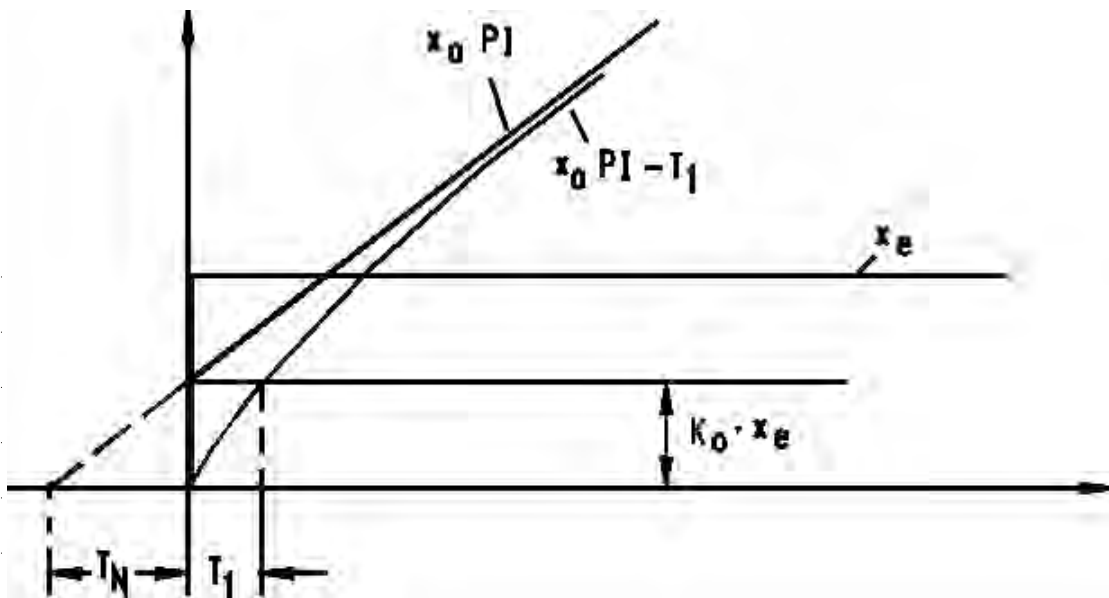


Bild 9.10 Sprungantwort eines PI-PT<sub>1</sub>-Gliedes

### Aufgabe 3.3 (S. 135)

Die statische Kennlinie der Parabel für positive und negative Eingangssignale ist eine ungerade Funktion, so daß für die Fourier-Koeffizienten gilt

$$a_1 = 0,$$

$$b_1 = \frac{1}{\omega} x_a(\omega) \sin \omega d + \frac{1}{\omega^2} x_a(\omega) \sin \omega d.$$

Die Ausgangsgröße nimmt bei der Parabel folgende Werte an (Bild 9.11).



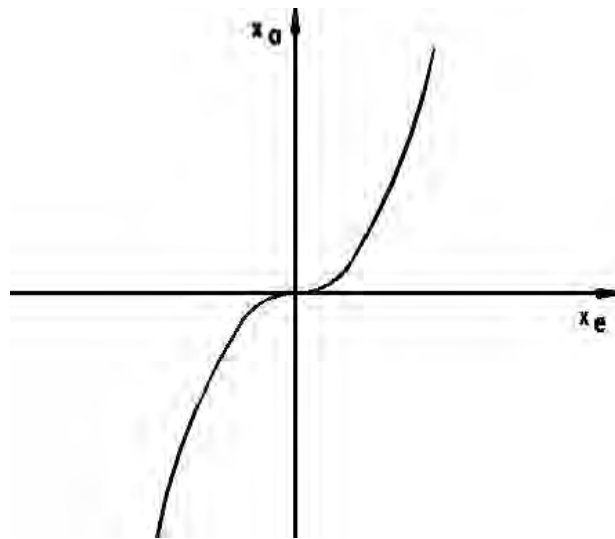


Bild 9.11 Statische Kennlinie einer Parabel

$$x_a = \begin{cases} x_e^2 & \text{für } x_e \geq 0 \\ -x_e^2 & \text{für } x_e < 0 \end{cases}$$

Mit  $x_e = x_e \sin$  folgt dann für die Beschreibungsfunktion

$$N(x_e) = \frac{x_a(\quad)}{x_e(\quad)} = \frac{b_1 \sin}{x_e \sin} .$$

Setzt man den Fourier-Koeffizienten in diese Gleichung ein und integriert, erhält man schließlich die Beschreibungsfunktion der Parabel

$$N(x_e) = \frac{8}{3} x_e .$$

#### Aufgabe 3.4 (S. 136)

Die Übertragungsfunktion des  $PT_1$ -Gliedes mit  $K_p=2$  lautet

$$F(p) = 2 \frac{1}{1 + p T_1} .$$

Geht man nach der Umformregel Nr. 11, Tabelle 3.5 vor, entspricht die Übertragungsfunktion einer Gegenkopplung der Größe  $pT_1$ . Es ergibt sich somit das folgende Blockschaltbild (Bild 9.12).

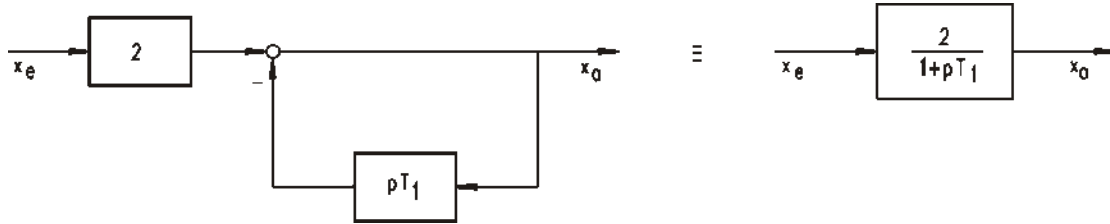


Bild 9.12 Blockschaltbild eines umgeformten PT1-Gliedes

Aufgabe 3.5 (S. 136)

Rechnerisch lässt sich aus dem Bild 9.13a die Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises wie folgt ermitteln.

$$x_a(p) = x_e(p) \frac{\frac{1}{pT_i}}{1 + \frac{1}{pT_i}} .$$

Damit lautet die Übertragungsfunktion

$$F(p) = \frac{x_a(p)}{x_e(p)} = \frac{1}{1 + pT_i}$$

und entspricht der eines PT<sub>1</sub>-Gliedes (vergleiche mit Umformregel Nr. 12, Tabelle 3.5).

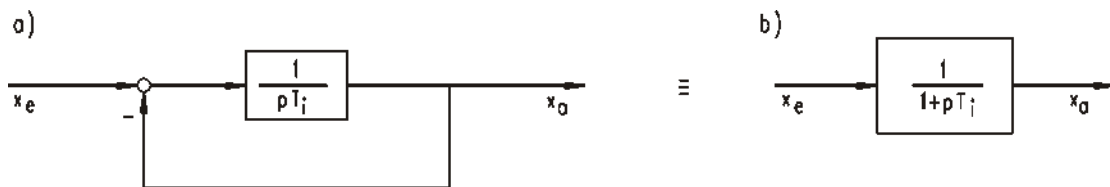


Bild 9.13 Blockschaltbild eines I-Gliedes mit der Gegenkopplung Eins

Aufgabe 3.6 (S. 136)

Das Blockschaltbild (Bild 9.14a) entspricht dem vereinfachten Ankerkreis eines fremderregten Gleichstrommotors für  $\omega = \text{konst.}$  und Leerlauf.

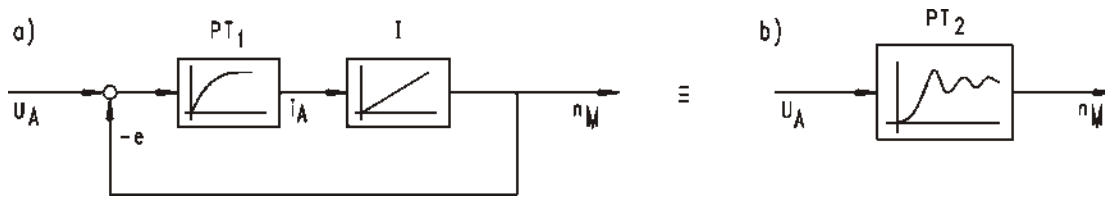


Bild 9.14 Umformung des Ankerkreises zu einem PT<sub>2</sub>-Glied

Mit  $F_0(p) = K_0 \frac{1}{p T_i (1 + p T_1)}$  folgt

$$F_w(p) = \frac{n_M(p)}{U_A} = \frac{F_0(p)}{1 + F_0(p)} = \frac{1}{1 + p \frac{T_i}{K_0} + p^2 \frac{T_i T_1}{K_0}} .$$

Die Führungs-Übertragungsfunktion  $F_w(p)$  entspricht hier einem PT<sub>2</sub>-Glied. Dieser Zusammenhang läßt sich in gleicher Weise auch mit der Umformregel Nr. 12, Tabelle 3.5 bestimmen.

Aufgabe 4.1 (S. 152)

Mit Hilfe von SIMLER-PC wird die gegebene Strecke mit einem P-Regler an die Stabilitätsgrenze gebracht. Es ergeben sich die notwendigen Werte  $K_{Rkrit}=1,3333$  und  $T_{Krit}=2 / z = 1945s$  aus der ersten Simulation. Damit läßt sich die Regler-Einstellung nach Ziegler und Nichols vornehmen (siehe Tabelle 4.3).

Die daraus errechneten PID-Regler-Parameter sind in der zweiten Simulation von Bild 9.15 realisiert. Es ist deutlich zu sehen, daß der Störsprung von  $Ast=0.2$  (20% des Sollwertes  $w$ ) am Ende der Strecke ( $zS=z2$ ) recht gut ausgeregelt wird.

SIMLER-PC liefert in der Liste der Ergebnisse Optimalwerte für den Regler, die dann in der dritten Simulation benutzt wurden.

Mit Hilfe der optimalen Fahrkurvenwerte  $T_{ve\_opt}$  und  $T_{he\_opt}$  kann das Führungsverhalten schließlich optimal eingestellt werden.

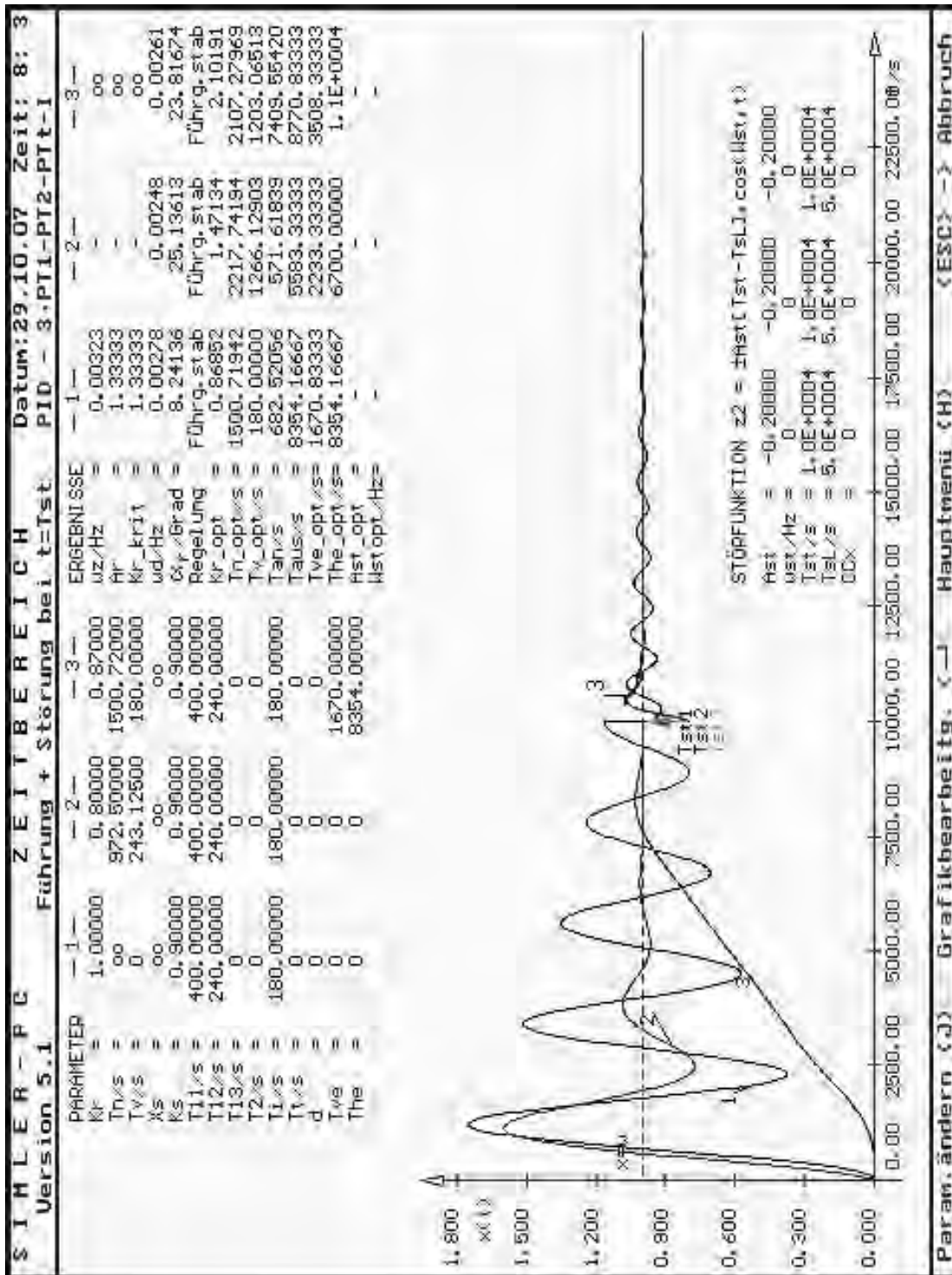
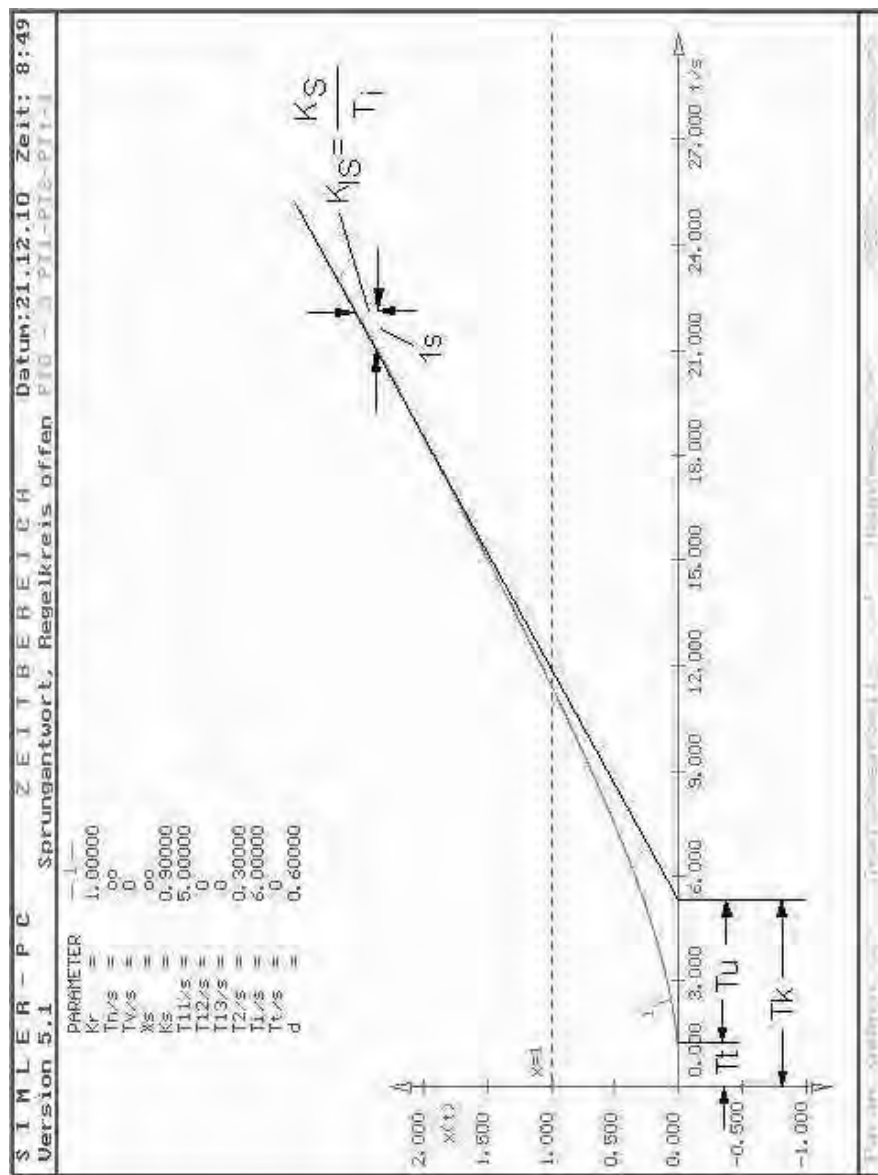


Bild 9.15

Regler-Einstellung nach Ziegler/Nichols und SIMLER-PC

## Aufgabe 4.2 (S. 152)

Bild 9.16 Sprungantwort der Strecke, Bestimmung der Werte  $T_k$  und  $K_{IS}$ 

Aus der Sprungantwort (Bild 9.16) lassen sich mit Hilfe von Chien, Hrones, Reswick entsprechend Bild 4.7 (S. 147) die Werte

$$T_k = 5,3s \quad \text{und} \quad K_{IS} = \frac{K_S}{T_i} = 0,15/s \quad \text{ablesen.}$$

Mit Tabelle 4.2 (S.148) erhält man für den PD-Regler (Führung, aperiodisch):

$$K_R = \frac{0,5}{K_{IS} T_k} = 0,63 \quad \text{und} \quad T_V = 0,5 T_k = 2,65s$$

Die Simulation mit SIMLER-PC ist in Bild 9.17 dargestellt. Die bessere Regler-Einstellung liefert die 2. Simulation mit:  $K_R = 6,5$  und  $T_V = 5s$

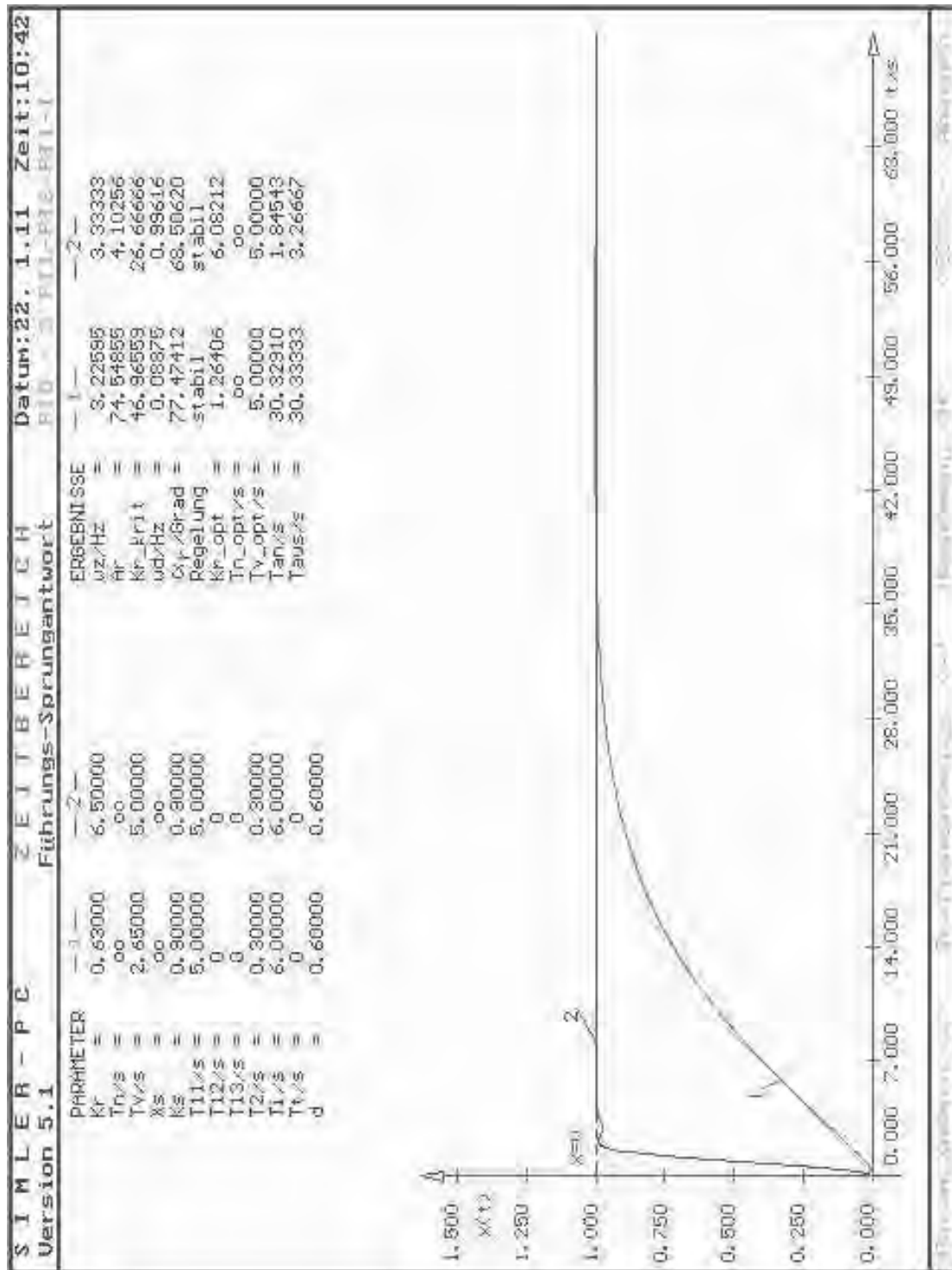


Bild 9.17 Regler-Einstellung nach Chien/Hrones/Reswick und SIMLER-PC

### Aufgabe 5.1 (S. 194)

Das Blockschaltbild der Temperaturregelung mittels Wärmetauscher ist in Bild 9.18, das zugehörige Bode-Diagramm in Bild 9.19 dargestellt.

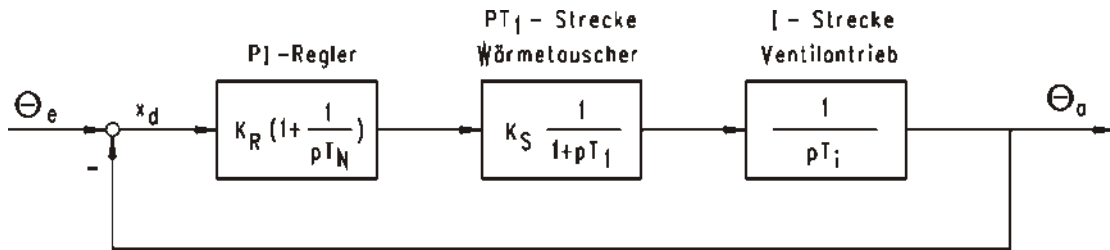


Bild 9.18 Blockschaltbild der Temperaturregelung mit Wärmetauscher

Zunächst wird der Abszissenanfang  $\omega_A$  entsprechend Gleichung 5.10 festgelegt. Er liegt hier bei dem Wert  $\omega_A = 0,1 \text{ rad/s} = 1 \text{ Hz}$ . Anschließend zeichnet man die asymptotische Näherung des Frequenzgangbetrages und des Phasenwinkels der jeweiligen Regelkreisglieder und addiert diese. Es ergibt sich dann bei der Durchtrittsfrequenz  $\omega_D = 100 \text{ Hz}$  ein Phasenrand von  $\varphi_R = 24^\circ$ , so daß die Regelung stabil ist. Der Amplitudenrand beträgt  $A_R = 44 \text{ dB} \hat{=} 158,49$ . Nach dem Schnittpunktkriterium (Gleichung 5.9) ergibt sich aus der Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises

$$F_0(p) = K_0 \frac{1 + pT_N}{p^2 T_N T_i (1 + pT_1)},$$

daß keine Nullstelle des Nennerpolynoms in der rechten  $p$ -Halbebene vorliegt, also  $n_r=0$  ist. Es liegt jedoch eine zweifache Nullstelle bei  $p=0$  vor, also  $n_i=2$ . Damit lautet die Bedingung für die Stabilität  $S_p - S_n = 0,5$ . Diese ist erfüllt, wie aus dem Bild 9.19 zu ersehen, denn es ergibt sich für den Bereich  $|F_0| > 0 \text{ dB}$  nur ein halber positiver Schnittpunkt bei  $\omega_0 = -180^\circ$ .

### Aufgabe 5.2 (S. 194)

In diesem Bode-Diagramm (Bild 9.20) liegt der Abszissenanfang bei  $\omega_A = 0,1 \text{ rad/s} = 1 \text{ Hz}$ . Bei einer Durchtrittsfrequenz von  $\omega_D = 65 \text{ Hz}$  ergibt sich ein Phasenrand von  $\varphi_R < 0^\circ$ , so daß die Regelung instabil ist. Der in dieser Aufgabe geforderte Phasenrand von  $\varphi_R^* = 45^\circ$  läßt sich realisieren, wenn die Reglerverstärkung um den Wert  $K_0 = 32 \text{ dB}$  reduziert wird. Mit Hilfe der Gleichung 5.11 folgt dann:

$$\frac{K_R^*}{\text{dB}} = \frac{K_R}{\text{dB}} - \frac{K_0}{\text{dB}} = 35 - 32 = 3 \quad \text{bzw.} \quad K_R^* = \frac{K_R}{K_0} = \frac{56,23}{39,81} = 1,41$$

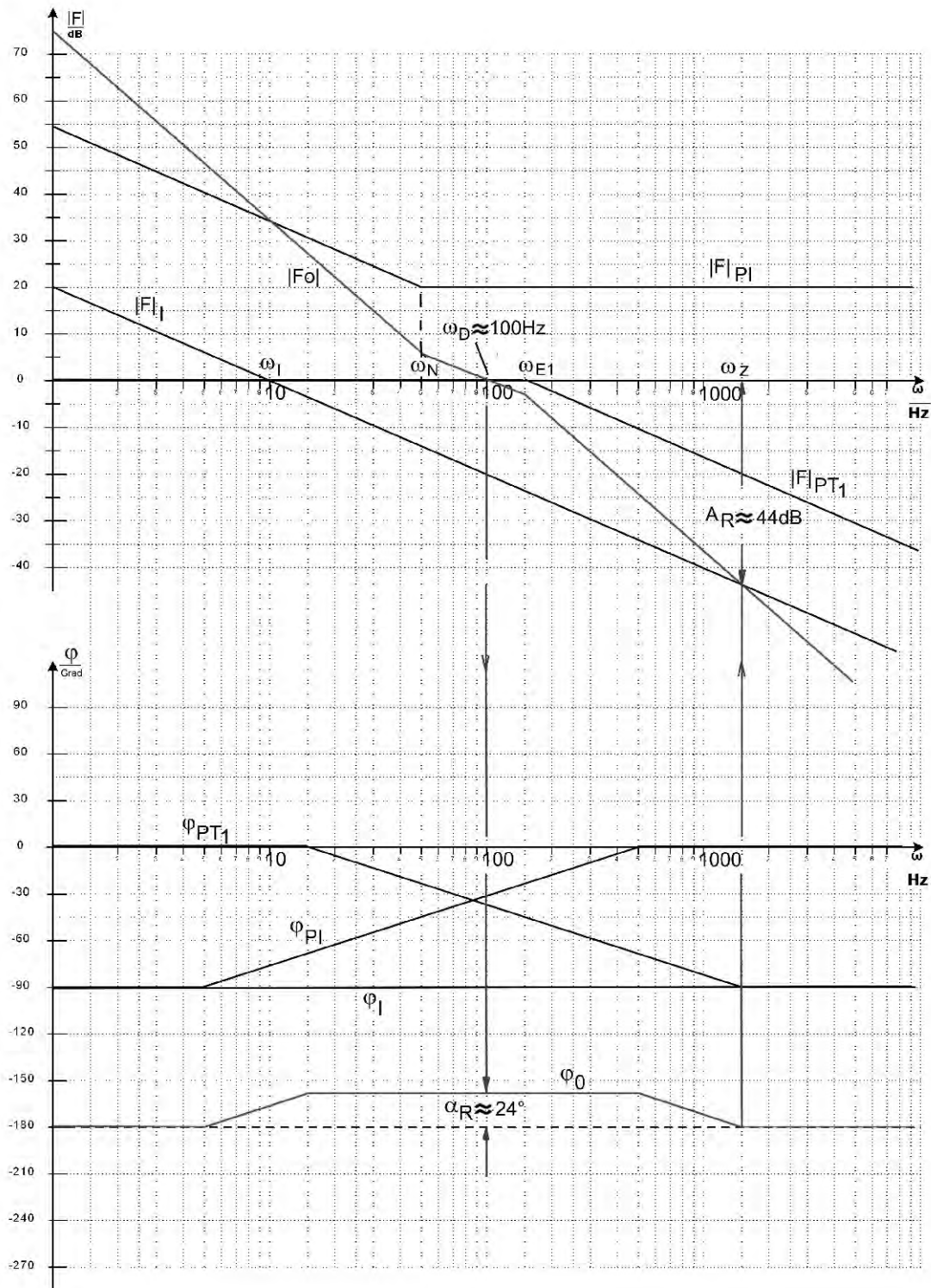


Bild 9.19 Bode-Diagramm der Temperaturregelung mit Wärmetauscher



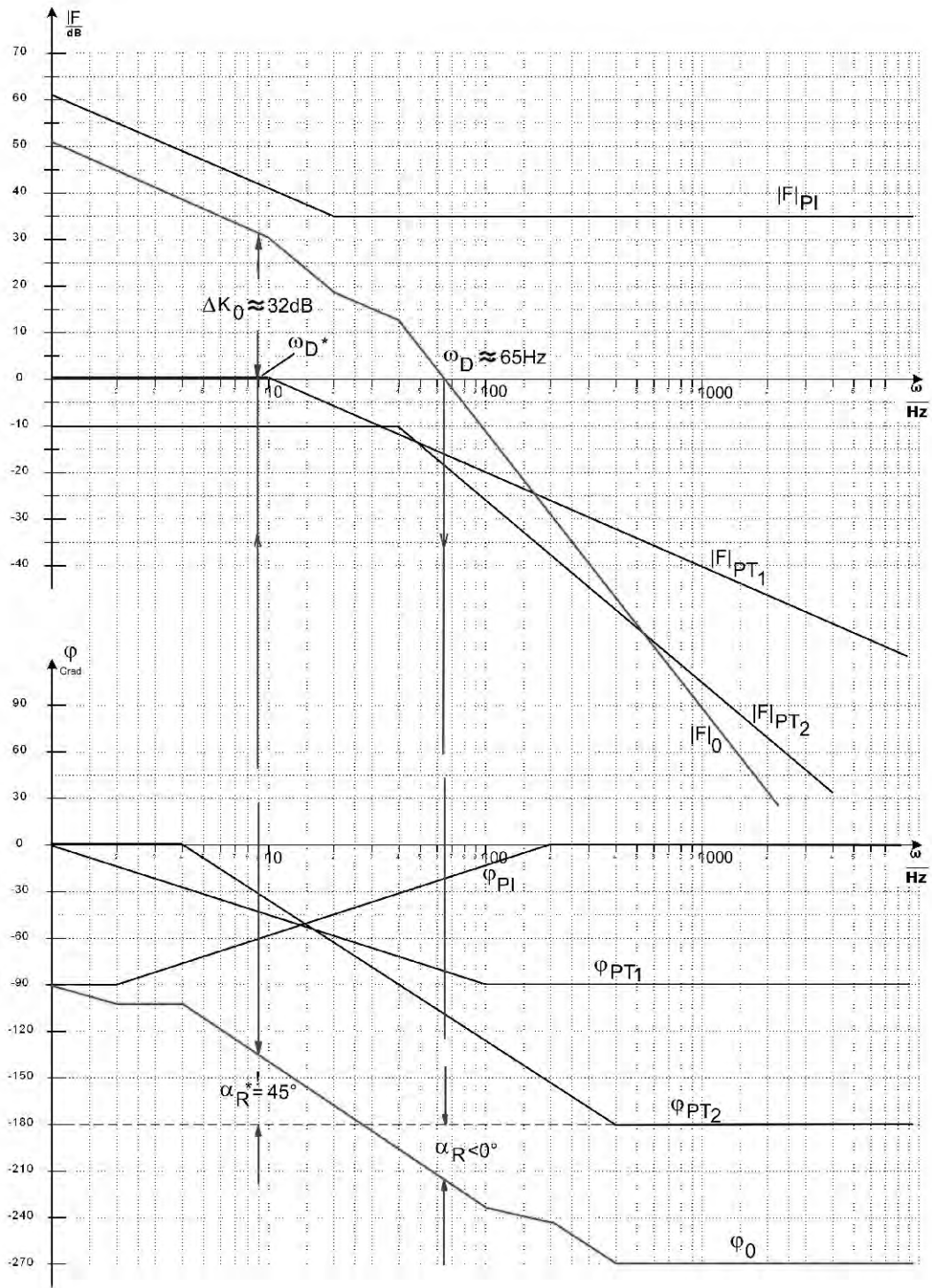


Bild 9.20 Bode-Diagramm der Regelung eines Roboter-Freiheitsgrades

Aufgabe 5.3 (S. 195)

Das Bode-Diagramm (Bild 9.21) ergibt eine stabile Regelung mit  $K_R = 56,5$  bei einer Durchtrittsfrequenz von  $\omega_D = 4,6 \text{ Hz}$ . Zur Verbesserung der Regeldynamik muß  $K_0$  rechts von  $\omega_D$  abgetragen werden. Der neue Graph von  $|F|_0$  wird dann an der Stelle  $\omega_D^* = 8,3 \text{ Hz}$  die Abszisse schneiden und einen ähnlich guten Phasenrand von  $\varphi_R^* = 51^\circ$  ergeben.

Die zugehörige Reglerverstärkung errechnet sich dann zu:

$$K_R^* = K_R \cdot K_0 = 1,778 \cdot 1,778 = 3,162$$

$$\text{mit } K_0 = 10^{\frac{K_0/\text{dB}}{20}} = 1,778$$

Die kritische Verstärkung ergibt:

$$K_{R\text{krit}} = K_R \cdot A_R = 1,778 \cdot 10 = 17,78 \quad \text{bei } \omega_z = 51 \text{ Hz}$$

$$\text{mit } A_R = 10^{\frac{A_R/\text{dB}}{20}} = 10$$

Aufgabe 5.4 (S. 196)

Die Ergebnisse sind in Bild 9.22 dargestellt. Mit Hilfe von SIMLER-PC erhält man in der ersten Simulation bei unbegrenztem Regler einen stabilen Regelkreis mit einem Maximum von  $K_R = 46,3$ .

Eine unbegrenzt wirkende Stellgröße  $y$  ist jedoch technisch nicht realisierbar, daher wird die Stellgröße auf  $x_s = 1,5$  begrenzt. Dieser Wert entspricht 150% des maximal möglichen Sollwertes. Damit reduziert sich der Phasenrand auf  $\varphi_R = 25,84^\circ$  bei einer ebenfalls reduzierten Durchtrittsfrequenz von  $\omega_D = 0,49 \text{ Hz}$  (zweite Simulation). In der dritten Simulation wurde eine Integrationszeitkonstante durch die Vorhaltzeit  $T_V$  des Reglers kompensiert. Auf diese Weise läßt sich der Phasenrand erhöhen und liegt nun bei  $\varphi_R = 45,12^\circ$ .

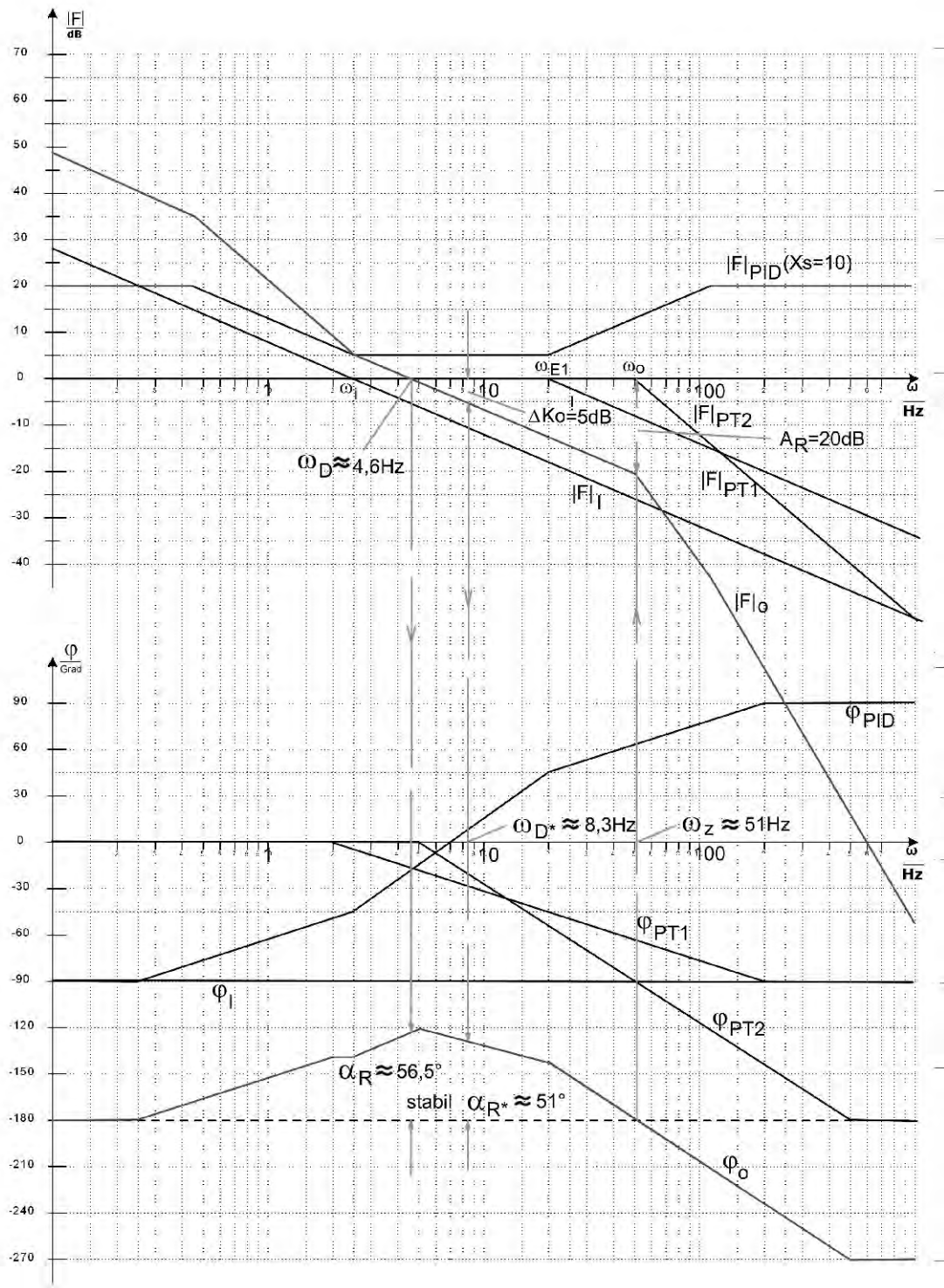


Bild 9.21 Regelung einer PT<sub>1</sub>-PT<sub>2</sub>-I-Strecke mit begrenztem PID-Regler

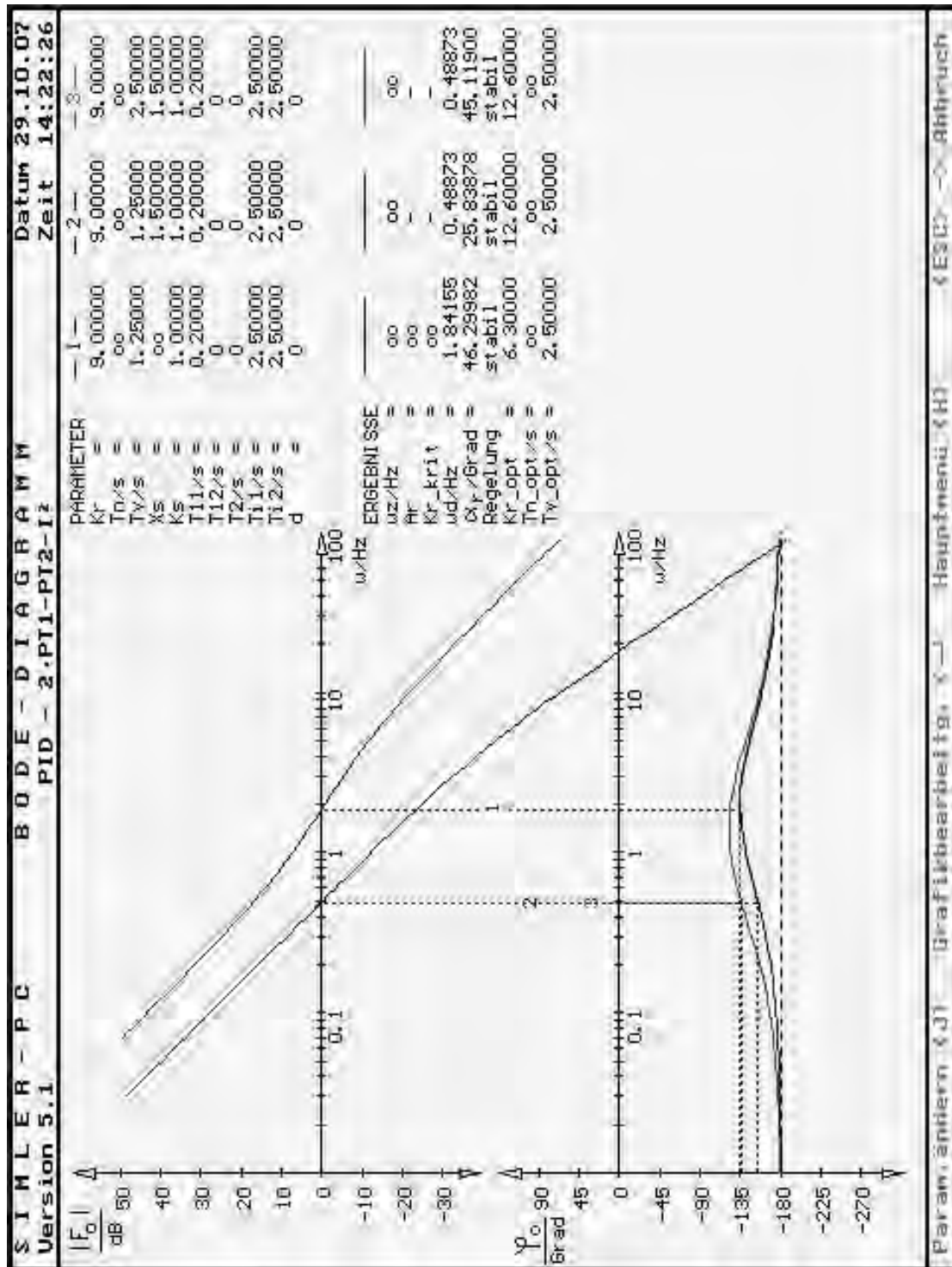


Bild 9.22 Rollwinkel-Regelung eines Flugzeuges

Aufgabe 5.5 (S. 210)

Aus der Tabelle 3.1 können die Frequenzganggleichungen der einzelnen Regelkreisglieder entnommen werden. Diese lassen sich zum Frequenzgang  $\underline{F}_0$  des offenen Regelkreises nach Gleichung 5.15 zusammenfassen.

$$\underline{F}_0 = K_0 \left[ \frac{(T_1 - T_V) \sin Tt - (T_1^2 T_V + 1) \cos Tt}{1 + T_1^2} + j \frac{(T_1 - T_V) \cos Tt + (T_1^2 T_V + 1) \sin Tt}{1 + T_1^2} \right]$$

Der Gleichungssatz 5.16 liefert dann:

$$\operatorname{Im} \underline{F}_0 = 0$$

Es genügt, den Zähler des Imaginärteils von  $\underline{F}_0$  Null zu setzen, so daß sich eine transzendente Bestimmungsgleichung für  $z$  ergibt

$$0 = \frac{(T_1 - T_V)}{T_1^2 T_V + 1} + \tan \frac{180}{z} Tt$$

Damit erhält man die kritische Frequenz von  $z = 3080 \text{ Hz} / 67\%$ . Mit diesem Wert geht man in den Gleichungssatz 5.16 und ermittelt den Realteil von  $\underline{F}_0$ .

$$\operatorname{Re} [\underline{F}_0(z)] = K_0 \frac{(T_1 - T_V) \sin z Tt}{1 + T_1^2} - K_0 \frac{(T_1^2 T_V + 1) \cos z Tt}{1 + T_1^2} = 0,5$$

Somit ist die Regelung stabil und es ergibt sich ein Amplitudenrand von

$$A_R = \frac{1}{\operatorname{Re} [\underline{F}_0(z)]} = 2$$

Ebenfalls mit dem Gleichungssatz 5.16 berechnet man die Durchtrittsfrequenz.

$$|\underline{F}_0| = 1 \quad D$$

Man entnimmt zunächst aus der Tabelle 3.1 die Gleichungen der einzelnen Frequenzgangbeträge und erhält sofort

$$|\underline{F}_0| = K_0 \sqrt{\frac{1 + D^2 T_V^2}{1 + D^2 T_1^2}} = 1 \quad .$$

Aus dieser Bestimmungsgleichung läßt sich die Durchtrittsfrequenz explizite angeben

$$D = \sqrt{\frac{K_0^2 - 1}{T_1^2 - K_0^2 T_V^2}} = 114,89 \text{ Hz} \quad .$$

Der Gesamtphasenwinkel  $\varphi_0$  an der Stelle  $D$  liefert die Phasenreserve dieses Regelkreises

$$\varphi_R = \varphi_0(D) + 180 = \varphi_R(D) + \varphi_S(D) + 180 = 118,3 \quad .$$

Mit den gegebenen Parametern erhält man die in Bild 9.23 gezeichnete Ortskurve. Es ist der qualitative und exakte Verlauf dargestellt. Wie aus dem Bild 9.23b zu ersehen ist, kann die Phasenreserve und der Amplitudenrand auch graphisch ermittelt werden.

Der Beginn der Ortskurve bei  $\omega = 0$  ist aus dem Frequenzgang des offenen Regelkreises leicht zu entnehmen und wird in der Grafik Bild 9.23a bestätigt. Es gilt

$$\underline{F}_0(\omega = 0) = -K_0 + j0 \quad .$$

Da die Regelung ein Totzeitglied enthält, muß der Frequenzgang des offenen Regelkreises für große Werte von  $\omega$  in eine Spirale oder einen Kreis um Null übergehen.

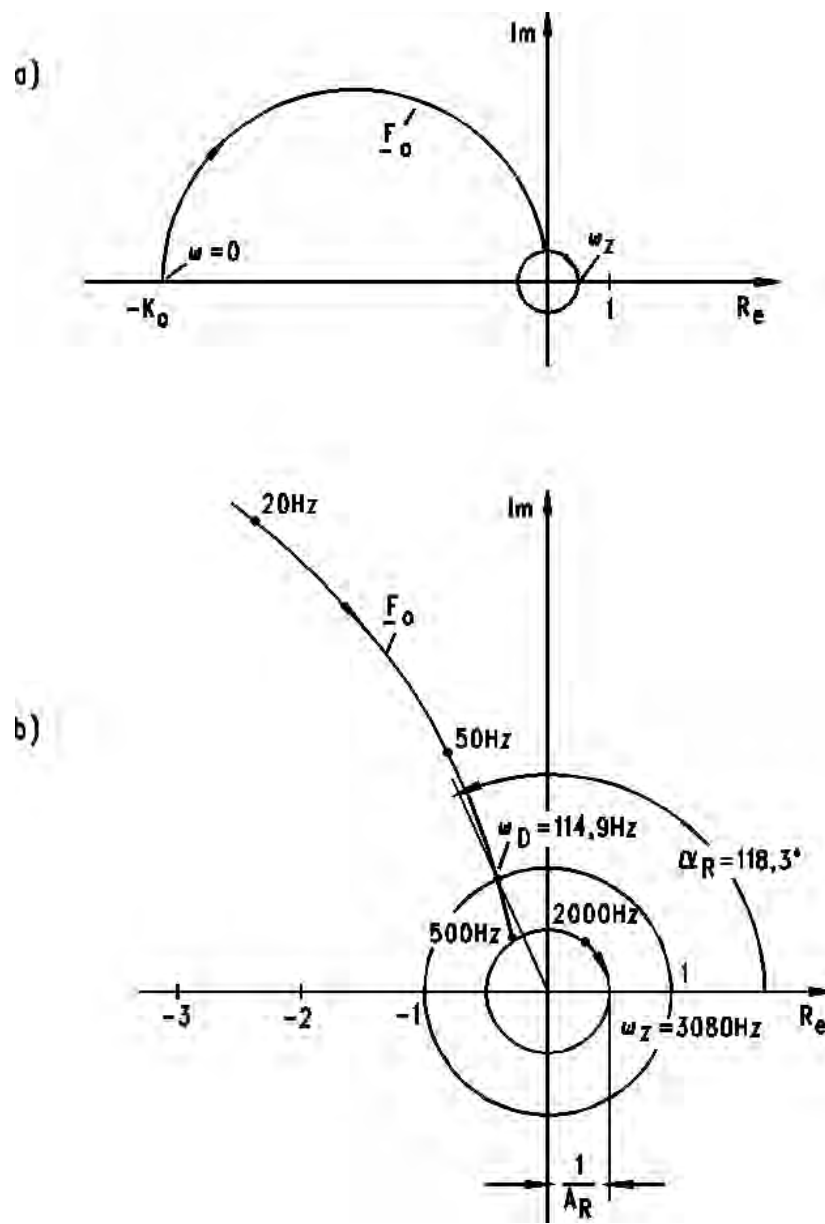


Bild 9.23 Ortskurven der Regelung aus PD-Regler und PT<sub>1</sub>-PTt-Strecke

Aufgabe 5.6 (S. 210)

Aus der Tabelle 3.1 lassen sich die Frequenzganggleichungen des PID-Reglers und der PT1-Strecke entnehmen. Entsprechend Gleichung 5.15 miteinander multipliziert erhält man den Frequenzgang

$$\underline{F}_0 = \frac{K_0}{1 + \frac{2}{T_1} s} \left[ \frac{T_1}{T_N} - \frac{2}{T_1} T_V - 1 + j \left( T_1 - T_V + \frac{1}{T_N} \right) \right]$$

des offenen Regelkreises. Der Gleichungssatz 5.16 liefert:

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} \underline{F}_0 &= 0 \\ 0 &= \frac{z}{z} (T_1 - T_V) - \frac{1}{z T_N} \end{aligned}$$

Wie aus dem qualitativen Verlauf der Ortskurve (Bild 9.24a) sichtbar ist, kommt nur die Lösung  $z = -0,8$  in Frage. Mit diesem Wert geht man in den Gleichungssatz 5.16 und ermittelt den Wert des Realteils von  $\underline{F}_0$ .

$$\operatorname{Re} [\underline{F}_0(-0,8)] = -K_0 \frac{T_V}{T_1} = -0,8$$

Ebenfalls mit Gleichungssatz 5.16 wird die Durchtrittsfrequenz berechnet.

$$|\underline{F}_0| = 1 \quad \text{D}$$

Man entnimmt zunächst aus der Tabelle 3.1 die Gleichungen der einzelnen Frequenzgangbeträge und erhält damit

$$1 = K_0^2 \frac{1 + \left( \frac{D T_V}{T_1} - \frac{1}{D T_N} \right)^2}{1 + \frac{D^2}{T_1^2}}$$

Es entsteht eine Gleichung 4. Grades, für die sich eine Durchtrittsfrequenz von  $D = 149,49 \text{ Hz}$  ergibt. Damit erhält man entsprechend dem Gleichungssatz 5.16 für den Phasenrand

$$\varphi_R = \varphi_0(D) + 180 = \varphi_R(D) + \varphi_S(D) + 180 = 146,1^\circ$$



Demnach ist die Regelung stabil. Für den Beginn der Ortskurve  $\underline{F}_0$  bei  $\omega = 0$  erhält man

$$\underline{F}_0(\omega = 0) = K_0 \left( \frac{T_1}{T_N} - 1 \right) .$$

Aus Bild 9.24a ist auch zu ersehen, wie eine Ortskurve für  $T_V > T_1$  verläuft. Es gibt in diesem Fall keinen Schnittpunkt mit dem Einheitskreis, so daß sich auch kein Wert für  $\omega_D$  angeben läßt.

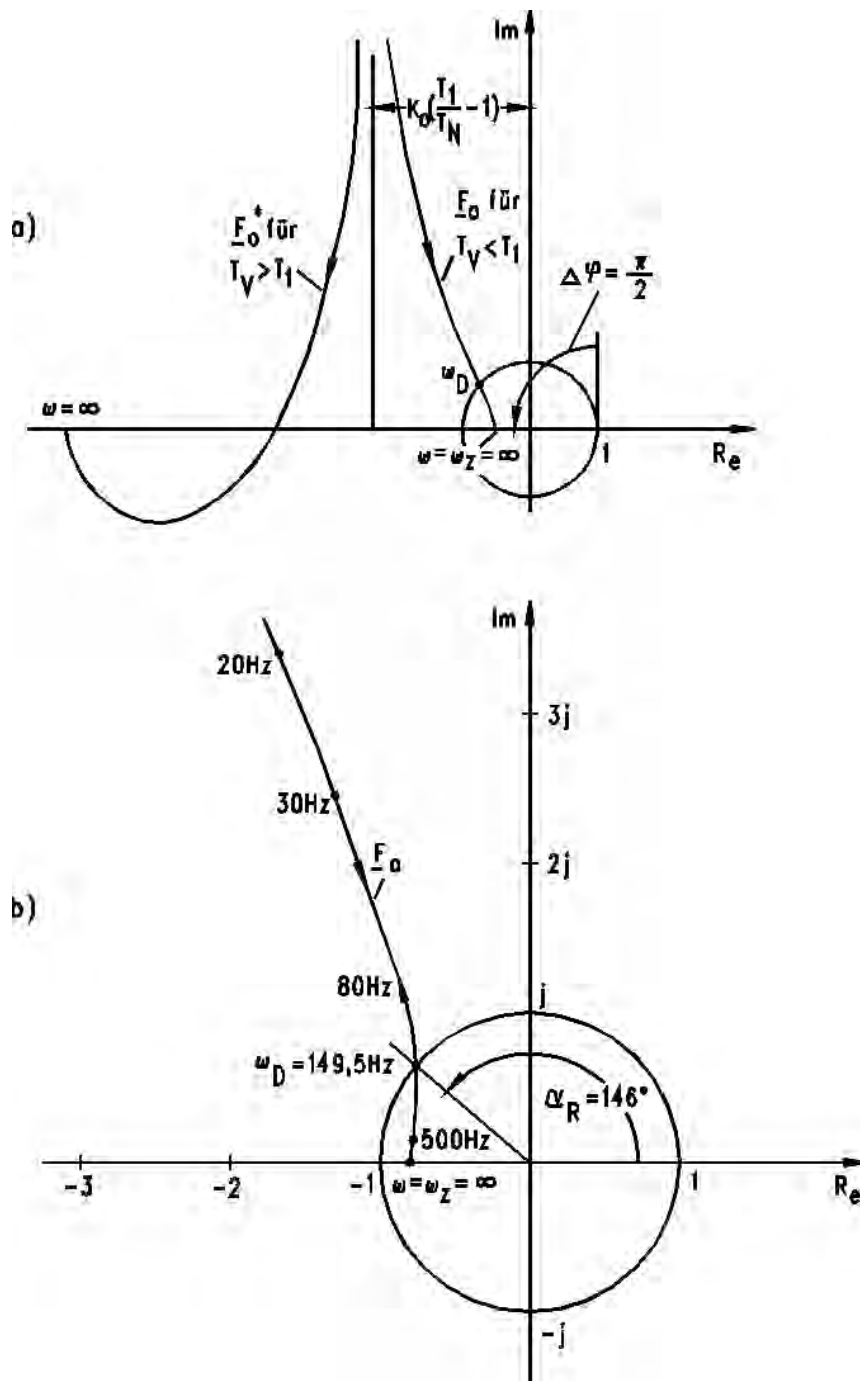


Bild 9.24 Ortskurven der Regelung aus PID-Regler und PT<sub>1</sub>-Strecke

Aufgabe 5.7 (S. 210)

Aus der Tabelle 3.1 ergibt sich mit dem PD-Regler und der  $PT_1$ - $I^2$ -Strecke durch Multiplikation der Frequenzgang des offenen Regelkreises

$$\underline{F}_0 = -\underline{F}_R \underline{F}_S = K_0 \frac{1 + T_1 T_V + j(T_V - T_1) \omega}{T_i^2 (1 + T_1^2 \omega^2)} .$$

Mit Hilfe des Gleichungssatzes 5.16 erhält man die Bestimmungsgleichung für die kritische Frequenz  $\omega_c$ .

$$\begin{aligned} \text{Im } \underline{F}_0 &= 0 \\ 0 &= \frac{\omega_c (T_V - T_1)}{\omega_c^2 T_i^2 + \omega_c^4 T_1^2 T_i^2} \end{aligned} \quad \omega_c = .$$

Bei dieser Regelung liegt ein Doppelpol im Ursprung vor. Es ist daher angebracht die Stabilität mit dem vollständigen Nyquist-Kriterium zu überprüfen. Man könnte nämlich fälschlicherweise annehmen, daß der Regelkreis wegen

$$\text{Re} [\underline{F}_0(j\omega_c)] = 0$$

stabil sei. Es zeigt sich jedoch, wenn man den Phasenrand berechnet, daß dies nicht der Fall ist. Mit

$$|\underline{F}_0| = 1 \quad D$$

ergibt sich

$$1 = K_0^2 \frac{1 + D^2 T_V^2}{4 T_i^4 (1 + D^2 T_1^2)} .$$

Diese Gleichung führt auf die Durchtrittsfrequenz von  $D = 29,725 \text{ Hz}$ . Somit läßt sich für den Phasenrand

$$\varphi_R = \varphi_0(D) + 180 = \varphi_R(D) + \varphi_S(D) + 180 \quad -19,5$$

angeben (siehe Bild 9.25b). Die Regelung ist also instabil.

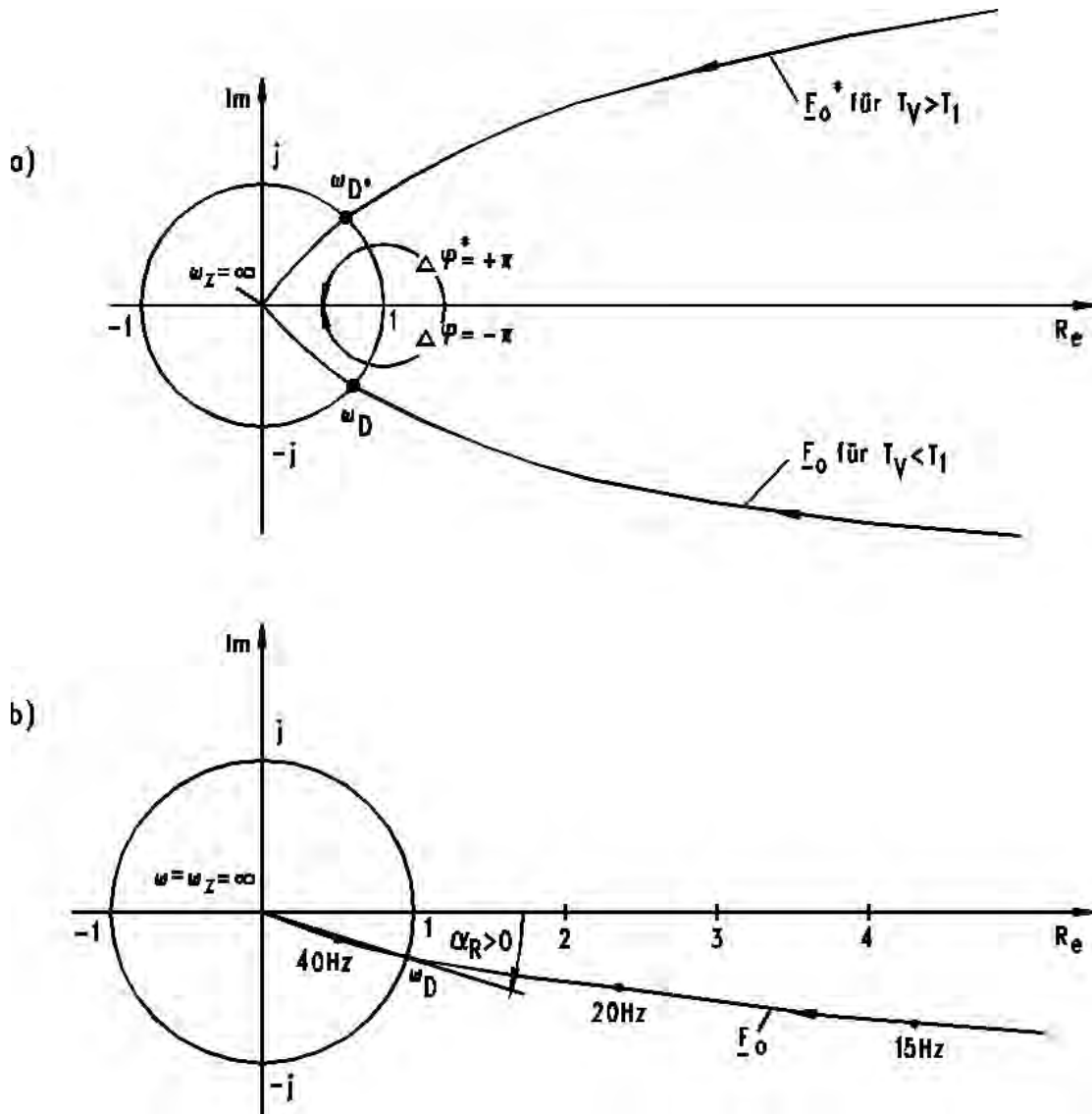


Bild 9.25 Ortskurven der Regelung aus PD-Regler und  $PT_1-I^2$ -Strecke

Das vollständige Nyquist-Kriterium (Gleichung 5.13) liefert mit  $n_r = 0$  und  $n_i = 2$ , die sich aus dem qualitativen Verlauf der Ortskurve (Bild 9.25a) ersehen lassen, die Stabilitätsbedingung

$$\Delta \varphi = -2\pi$$

Diese Bedingung ist nicht erfüllt, da sich aus der Graphik eine Winkeländerung von  $\Delta \varphi = -\pi$  ergibt.

Somit bestätigt das vollständige Nyquist-Kriterium, daß die Regelung instabil ist. Sie wird erst stabil, wenn man für die Vorhaltzeit des Reglers den Wert  $T_V > T_I$  wählt (siehe Bild 9.25a).

Aufgabe 5.8 (S. 210)

Aus der Tabelle 3.1 ergibt sich mit dem PI-Regler und der I-PTt-Strecke durch Multiplikation der Frequenzgang des offenen Regelkreises

$$\underline{F}_0 = \frac{K_0}{T_i} \left[ \sin \frac{T t}{T_N} + \frac{\cos \frac{T t}{T_N}}{T_N} + j \left( \cos \frac{T t}{T_N} - \frac{\sin \frac{T t}{T_N}}{T_N} \right) \right] .$$

Mit Hilfe des Gleichungssatzes 5.16 erfolgt auch hier die Berechnung der Stabilitätsaussage

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} \underline{F}_0 &= 0 \\ 0 &= \frac{z T_N}{T_N} - \tan z T t \end{aligned} .$$

Diese transzendente Gleichung ergibt  $z = 155 \text{ Hz}$ . Somit folgt für den Realteil von  $\underline{F}_0$

$$\operatorname{Re} [\underline{F}_0(z)] = 0,65 = \frac{1}{A_R} .$$

Die Regelung ist demnach stabil und es liegt eine Amplitudenreserve von  $A_R = 1,55$  vor. Mit

$$|\underline{F}_0| = 1 \quad D$$

ergibt sich

$$1 = K_0^2 \frac{1 + \frac{1}{D^2 T_N^2}}{D^2 T_i^2} .$$

Somit erhält man eine Durchtrittsfrequenz von  $D = 100 \text{ Hz}$ . Diese ergibt eine Phasenreserve von

$$\varphi_R = \varphi_0(D) + 180 = \varphi_R(D) + \varphi_S(D) + 180 = 30,4 .$$

Diese Ergebnisse werden auch in der Graphik (Bild 9.26) bestätigt. Soll die Phasenreserve erhöht werden, genügt es, die Reglerverstärkung aus der Ergebnis-Liste der ersten Simulation  $K_R=45,58$  für den zweiten Rechnerlauf zu verwenden. Dabei erhöht sich auch der Amplitudenrand auf  $A_R = 3,44$  bei gleichzeitig abnehmender Durchtrittsfrequenz.

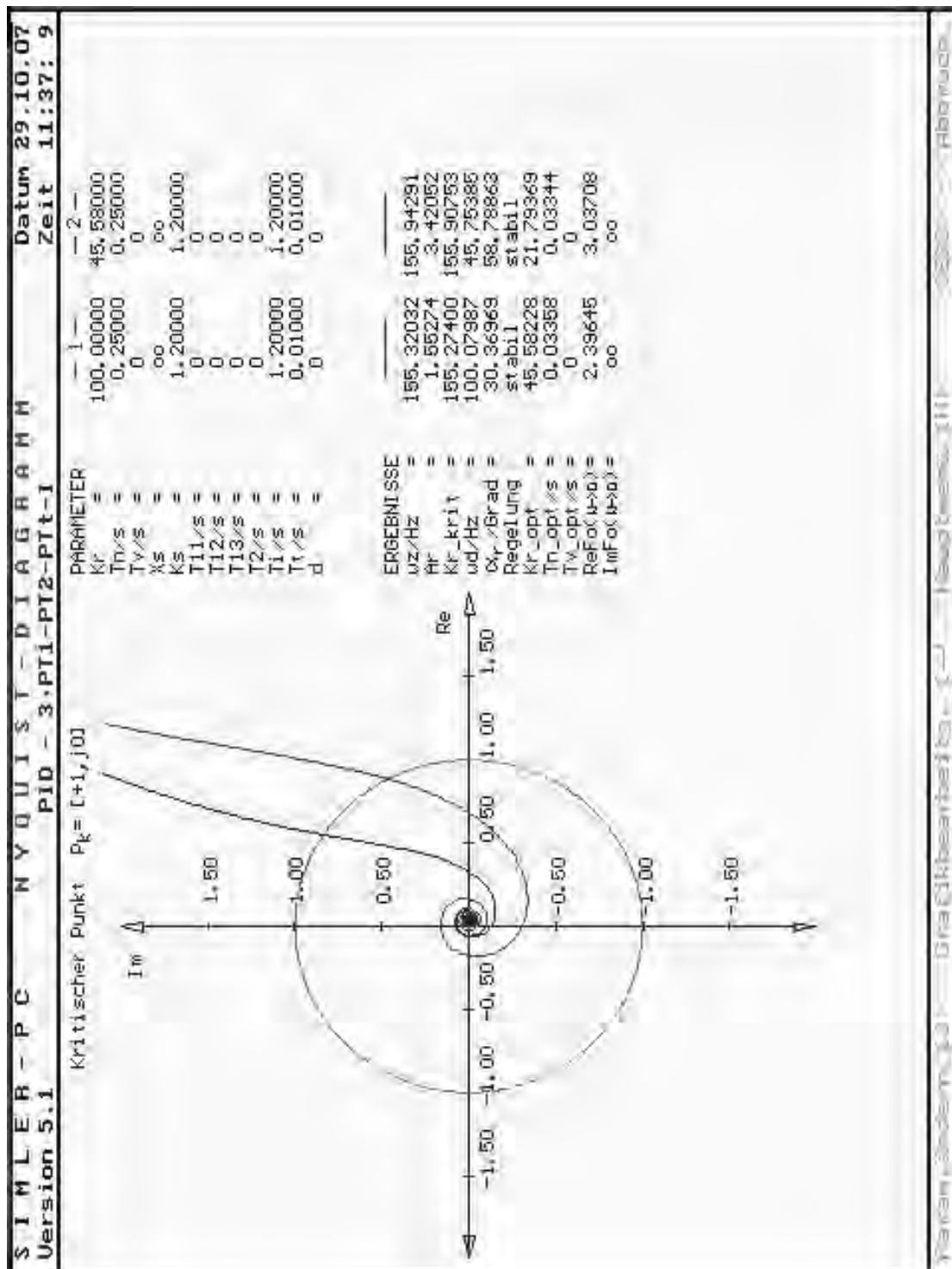


Bild 9.26 Simulation der Ortskurven nach Aufgabe 5.8

Aufgabe 5.9 (S. 223)

Aus der Tabelle 3.1 entnimmt man die Frequenzgangbetrag-Gleichungen für den PID-Regler sowie die PT<sub>1</sub>-PTt-Strecke und erhält mit Hilfe der Formel 5.18 eine Bestimmungsgleichung für  $D$

$$K_R^2 \left[ 1 + \left( D T_V - \frac{1}{D T_N} \right)^2 \right] = \frac{1 + D^2 T_1^2}{K_S} .$$

Mit Hilfe eines Nullstellenprogramms ergibt sich eine Durchtrittsfrequenz von  $D = 30,152$  Hz. Ausgehend von den komplexen Gleichungen

$$\underline{F}_R = K_R \left[ 1 + j \left( T_V - \frac{1}{T_N} \right) \right] ,$$

$$\frac{-1}{\underline{F}_S} = \frac{1}{K_S} \left[ T_1 \sin T t - \cos T t - j \left( T_1 \cos T t + \sin T t \right) \right]$$

läßt sich entsprechend Gleichung 5.19 der Phasenrand

$$\begin{aligned} \varphi_R &= \arctan \left( D T_V - \frac{1}{D T_N} \right) \\ &- \arctan \frac{- D T_1 \cos D T t - \sin D T t}{D T_1 \sin D T t - \cos D T t} \\ &= -31,09^\circ - (84,76^\circ - 180^\circ) = 64,15^\circ \end{aligned}$$

angeben. Die Regelung ist demnach stabil. Mit Hilfe der Gleichung 5.20 läßt sich  $z$  bestimmen. Es folgt mit

$$z T_V - \frac{1}{z T_N} = - \frac{z T_1 \cos z T t + \sin z T t}{z T_1 \sin z T t - \cos z T t}$$

eine kritische Frequenz von  $z = 190,57$  Hz. Jetzt lassen sich mit Hilfe der Gleichung 5.21 die Real- und Imaginärteile an der Stelle  $z$  errechnen, die ebenfalls zur Stabilitätsaussage herangezogen werden können.

$$\operatorname{Re} [\underline{F}_R (z)] = 10 < \operatorname{Re} \left[ \frac{-1}{\underline{F}_S} \right] (z) = 29,455 ,$$

$$\text{oder} \quad \operatorname{Im} [\underline{F}_R (z)] = 2,76 < \operatorname{Im} \left[ \frac{-1}{\underline{F}_S} \right] (z) = 8,133 .$$

Die Gleichung 5.22 liefert den Amplitudenrand, der den Wert

$$A_R = \operatorname{Re} \left[ \frac{-1/\underline{F}_S}{\underline{F}_R} \right] (z) = 2,946$$

annimmt und den Verstärkungsabstand bis zum Erreichen der Stabilitätsgrenze angibt. Setzt man die komplexen Gleichungen  $\underline{F}_R$  und  $-1/\underline{F}_S$  an der Stelle  $z$  gleich, läßt sich die kritische Verstärkung  $K_{Rkrit}$  angeben

$$K_{Rkrit} = \frac{1}{K_S} \sqrt{\frac{1 + z^2 T_1^2}{1 + \left( z T_V - \frac{1}{z T_N} \right)^2}} = 29,46$$

Die ermittelten Ergebnisse sind auch aus der Grafik (Bild 9.27) zu ersehen. Dort ist auch die Ortskurve des Reglers für  $K_R=K_{Rkrit}$  dargestellt.

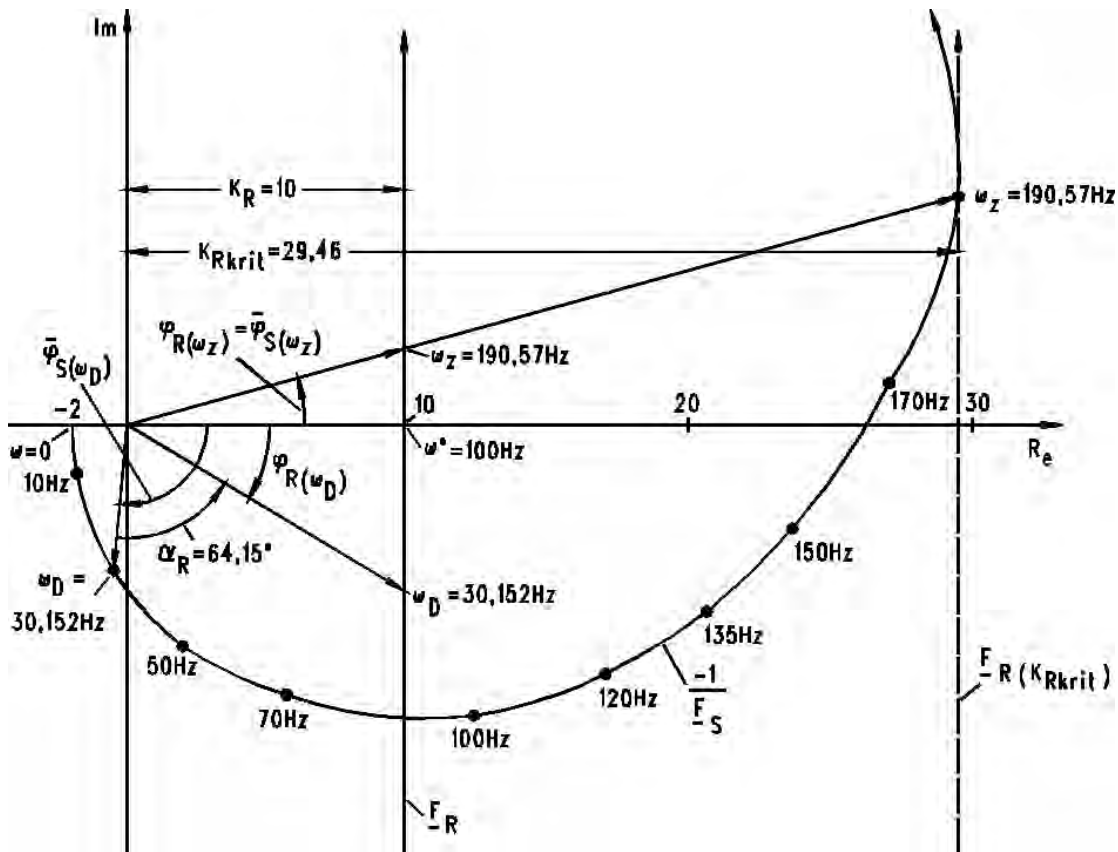


Bild 9.27 Ortskurven der Regelung aus PID-Regler und PT<sub>1</sub>-PTt-Strecke

Aufgabe 5.10 (S. 223)

Aus der Tabelle 3.1 entnimmt man die Frequenzgangbetrag-Gleichungen für den PD-Regler sowie die PTt-I<sup>2</sup>-Strecke und erhält mit Hilfe der Formel 5.18 eine Bestimmungsgleichung für  $\omega_D$

$$K_R^2 (1 + \omega_D^2 T_V^2) = K_S^2 \omega_D^4 T_i^4 .$$

Diese Gleichung vierten Grades läßt sich als gemischt quadratische Gleichung explizite lösen und ergibt einen Wert von  $\omega_D = 60,099 \text{ Hz}$  .

Damit erhält man entsprechend Gleichung 5.19 einen Phasenrand von

$$\varphi_R = \arctan \omega_D T_V - \frac{180}{\omega_D T_t} = 8,46 \text{ ,}$$

so daß die Regelung gerade noch stabil ist.

Ausgehend von den komplexen Gleichungen

$$\underline{F}_R = K_R (1 + j \omega T_V) ,$$

$$\frac{-1}{\underline{F}_S} = - \frac{\omega^2 T_i^2}{K_S} (\cos \omega T_t + j \sin \omega T_t)$$

läßt sich die kritische Frequenz  $\omega_z$  mit Hilfe der Gleichung 5.20 bestimmen. Es folgt die transzendente Gleichung

$$\omega_z T_V = \tan \omega_z T_t ,$$

welche den Wert  $\omega_z = 204,366 \text{ Hz}$  ergibt. Damit kann die Amplitudenreserve berechnet werden

$$A_R = \text{Re} \left[ \frac{-1/\underline{F}_S}{\underline{F}_R} \right] (\omega_z) = 6,7 .$$

Die errechneten Werte sind in die Grafik eingetragen (Bild 9.28).



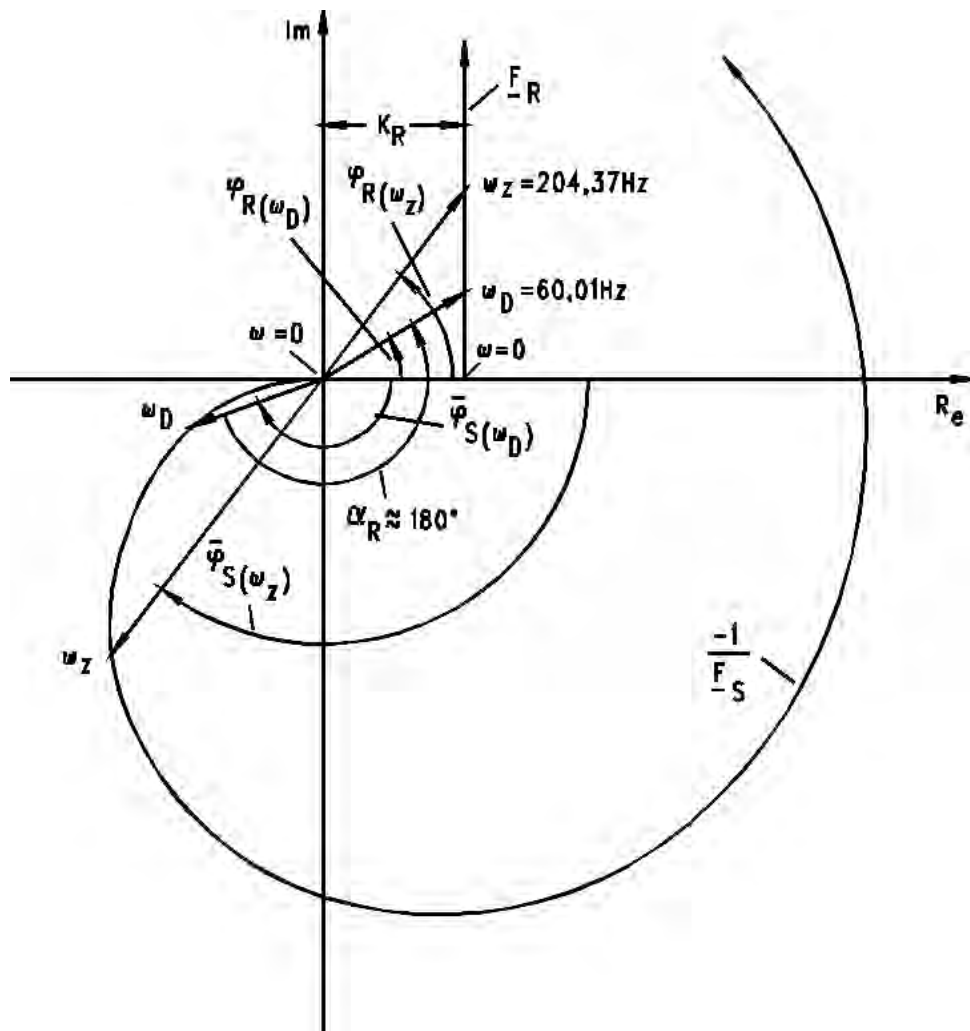


Bild 9.28 Ortskurven der Regelung aus PD-Regler und PTt-I<sup>2</sup>-Strecke

#### Aufgabe 5.11 (S. 223)

Die Ortskurve der Nichtlinearität “Signalbegrenzung” ist mit Hilfe der Gleichung 3.45 darstellbar. Für  $\hat{x}_e = 10 \text{ V}$  und  $x_s / \text{V}$  erhält man

$$N(x_e) = \frac{1}{90} \arcsin \frac{x_s}{10 \text{ V}} + \frac{2 x_s}{10 \text{ V}} \sqrt{1 - \left(\frac{x_s}{10 \text{ V}}\right)^2} .$$

Für die Zusammenfassung der Frequenzgänge aus PD-Regler und PT<sub>2</sub>-I-Strecke ergibt sich der Gesamtfrequenzgang

$$\underline{F}_0 = \frac{-1}{\underline{F}_R \underline{F}_S} =$$

$$= \frac{\text{Ti}(\omega^2 T_2 T_V - T_V + 2d \omega T_2) + j \text{Ti}(\omega^2 T_2^2 - 2d \omega^2 T_2 T_V - 1)}{K_0 (1 + \omega^2 T_V^2)}$$

Die zugehörigen Ortskurven für  $N(x_e)$  und  $1/\underline{F}_0$  sind in Bild 9.29 dargestellt. Die kritische Frequenz  $\omega_z$  läßt sich mit

$$\text{Im} \frac{1}{\underline{F}_0} = 0 \quad \omega_z$$

explizite angeben. Es wird

$$0 = \omega_z^2 T_2^2 - 2d \omega_z^2 T_2 T_V - 1,$$

so daß

$$\omega_z = \sqrt{\frac{1}{T_2^2 - 2d T_2 T_V}} \quad 5,025 \text{ Hz}.$$

Mit dieser Frequenz führt der Regelkreis für  $K_0=8$  Dauerschwingungen aus, wie aus dem Bild 9.30 im Zeitbereich ersichtlich ist. Die Zeiger

$N(x_e)$  und  $1/\underline{F}_0$  sind an der Stelle  $\omega_z$  gleich groß, so daß sich daraus der Wert der Signalbegrenzung  $x_s$  berechnen läßt

$$\text{Re} N(\hat{x}_e) = \text{Re} \left[ \frac{1}{\underline{F}_0} \right](\omega_z) \quad 0,631.$$

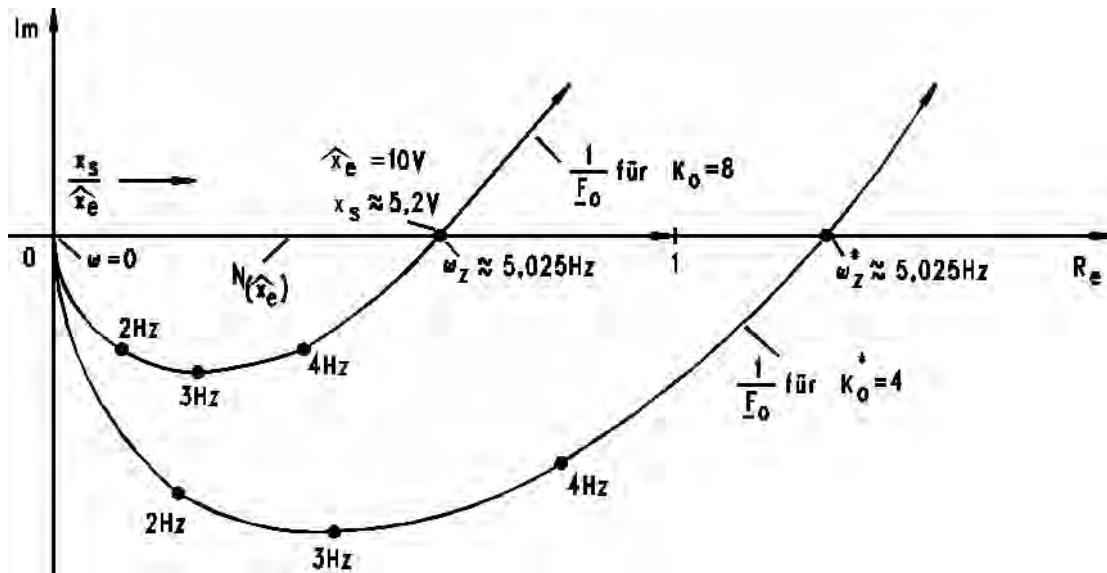
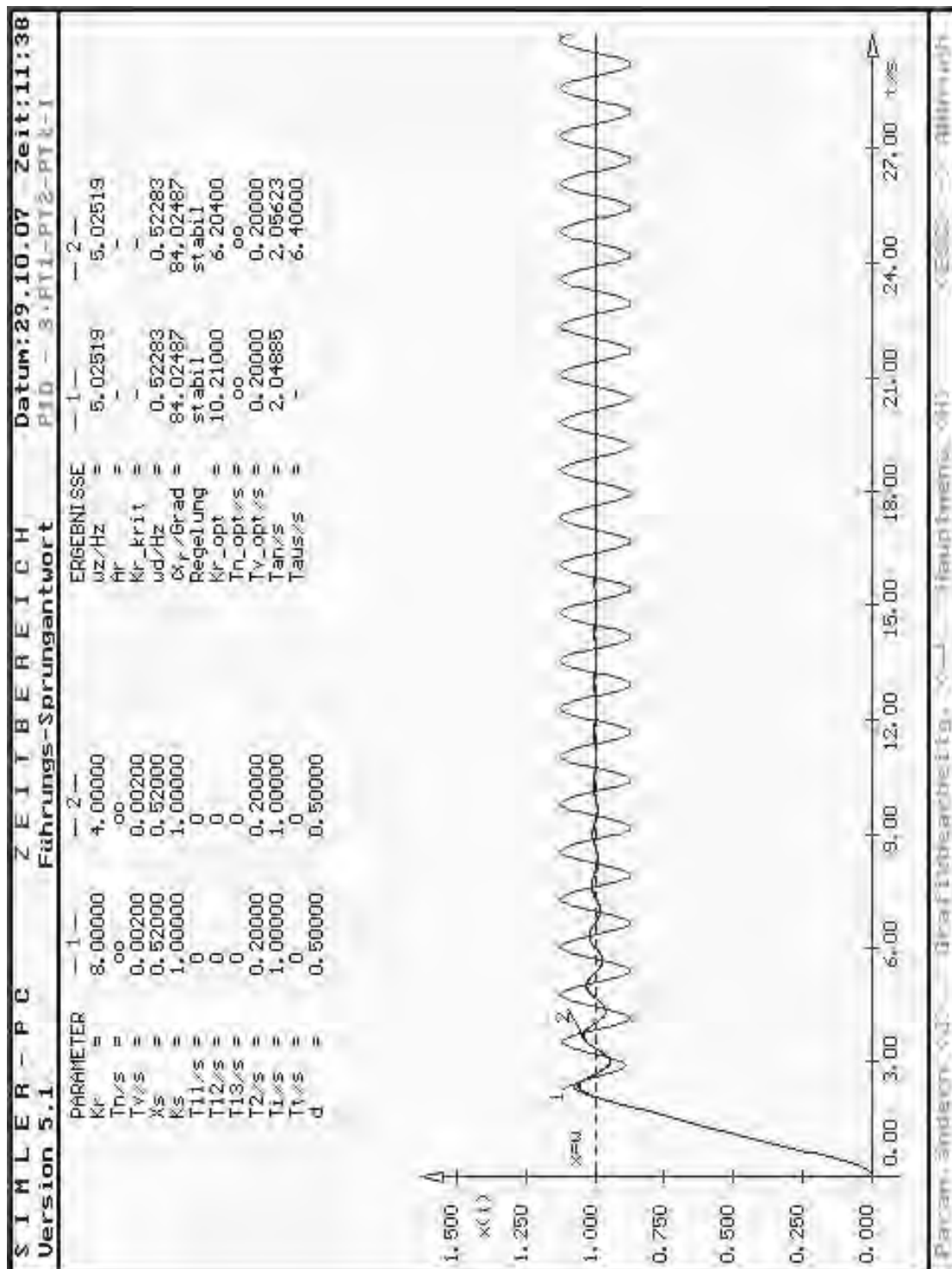


Bild 9.29 Ortskurven der Regelung aus PD-Regler mit  $x_s$  und PT<sub>2</sub>-I-Strecke

Bild 9.30 Simulationen im Zeitbereich mit  $K_0=8$  und  $K_0^*=4$

Daraus ergibt sich die Bestimmungsgleichung für  $x_s$

$$\frac{1}{90} \arcsin \frac{x_s}{10 \text{ V}} + \frac{2 x_s}{10 \text{ V}} \sqrt{1 - \left(\frac{x_s}{10 \text{ V}}\right)^2} = 0,631 \quad .$$

Somit folgt  $x_s = 5,2 \text{ V}$ . Im Programm SIMLER-PC ist dieser Wert als Regler-Begrenzung einstellbar. Er muß auf 10V bezogen eingegeben werden, also  $x_s = 0,52$  (siehe Bild 9.30).

Bei  $K_0^*=4$  erhält man keinen Schnittpunkt zwischen den Ortskurven  $N(x_e)$  und  $1/F_0$ , somit ist die Regelung stabil. Dies läßt sich auch aus der zweiten Simulation des Bildes 8.30 ersehen.

#### Aufgabe 5.12 (S. 232)

Mit der Einheitssprungfunktion als Sollwert, also  $w(t) = C \cdot 1(t)$ , lautet die Regeldifferenz im Bildbereich

$$x_d(p) = C - x(p) \quad .$$

Aus der Führungsübertragungsfunktion (Gleichung 2.45) läßt sich  $x(p)$  berechnen

$$x(p) = \frac{F_0(p)}{1 + F_0(p)} C \quad .$$

Somit erhält man für die Regeldifferenz im Bildbereich

$$x_d(p) = C \left[ 1 - \frac{F_0(p)}{1 + F_0(p)} \right] \quad .$$

Und weiter

$$x_d(p) = C \left[ 1 - \frac{\frac{K_0(1+pT_N)}{pT_N(1+pT_1)(1+pT_2)}}{1 + \frac{K_0(1+pT_N)}{pT_N(1+pT_1)(1+pT_2)}} \right] \quad ,$$

$$x_d(p) = C \frac{pT_N(1+pT_1)(1+pT_2)}{pT_N(1+pT_1)(1+pT_2) + K_0(1+pT_N)} \quad .$$

Daraus ergibt sich mit Gleichung 5.25 die lineare Regelfläche

$$I_L = C \lim_{p \rightarrow 0} \left[ 0 - \frac{T_N (1 + pT_1)(1 + pT_2)}{pT_N (1 + pT_1)(1 + pT_2) + K_0 (1 + pT_N)} \right],$$

$$I_L = -\frac{C T_N}{K_R K_S} = \text{Min.} .$$

Das absolute Minimum der linearen Regelfläche würde sich bei  $K_R$  ergeben. Geht man jedoch von einer Dämpfung des Systems  $d=1$  aus und setzt

$$d = \frac{T_1}{2 T_2 \sqrt{1 + K_0}} ,$$

erhält man aus dieser Formel einen realisierbaren Wert der Reglerverstärkung

$$K_R = \frac{1}{K_S} \left( \frac{T_1^2}{4 T_2^2} - 1 \right) ,$$

der eine lineare Regelfläche von

$$I_L = \frac{4 C T_2^2 T_N}{4 T_2^2 - T_1^2}$$

ergibt.

### Aufgabe 5.13 (S. 232)

Setzt man für die Störfunktion die Einheitssprungfunktion mit der Amplitude  $C$  an, gilt  $z(p)=C$ . Die Gleichung 2.46 der Störübertragungsfunktion liefert dann

$$x(p) = C \frac{1}{1 + F_0(p)} = C \frac{1}{1 + \frac{K_S}{pTi(1+pT_1)^2}} ,$$

$$x(p) = C \frac{pTi + 2p^2 TiT_1 + p^3 TiT_1^2}{K_S + pTi + 2p^2 TiT_1 + p^3 TiT_1^2} .$$

Da die Regeldifferenz hier den Wert  $x_d(p) = -x(p)$  aufweist, läßt sich der Wert  $x_d(\infty)$  mit Hilfe des Grenzwertsatzes (Tabelle 2.1) berechnen

$$x_d(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} x_d(p) = - \lim_{p \rightarrow 0} x(p) = 0 \quad .$$

Das Integral der quadratischen Regelfläche (Gleichung 5.28) läßt sich mit der Tabelle 5.3 lösen. Die höchste Potenz der Bildfunktion  $x(p)$  ist drei, so daß sich für  $n=3$  folgende Koeffizienten ergeben.

$$a_0 = 0, \quad b_0 = K_S,$$

$$a_1 = b_1 = T_i,$$

$$a_2 = b_2 = 2 T_i T_1,$$

$$a_3 = b_3 = T_i T_1^2 \quad .$$

Somit ist

$$I_Q = \frac{5 C^2 T_i}{2 T_1 (2 T_i - K_S T_1)} = \text{Min.} \quad .$$

Diese Gleichung stellt für  $T_i = 0$  ein Minimum dar. Dieser Wert ist sicher nicht sinnvoll. Eine bessere Aussage über die Integrationszeitkonstante des I-Reglers erhält man über das Differential von  $I_Q$

$$\frac{I_Q}{T_1} = 0 = T_i (T_i - K_S T_1) \quad .$$

Daraus folgt der verbesserte Wert  $T_i = K_S T_1$ .

#### Aufgabe 5.14 (S. 232)

Setzt man für die Störfunktion die Einheitssprungfunktion mit der Amplitude  $C$  an, gilt  $z(p) = C$ . Die Gleichung 2.46 der Störübertragungsfunktion liefert dann

$$x(p) = C \frac{1}{1 + F_0(p)} = C \frac{1}{1 + \frac{K_0 (1 + p T_N)}{p T_N (1 + p T_1)^2}},$$

$$x(p) = C \frac{p T_N + 2p^2 T_N T_1 + p^3 T_N T_1^2}{K_0 + p T_N (1 + K_0) + 2p^2 T_N T_1 + p^3 T_N T_1^2}$$

Da die Regeldifferenz hier den Wert  $x_d(p) = -x(p)$  aufweist, läßt sich der Wert  $x_d(\infty)$  mit Hilfe des Grenzwertsatzes (Tabelle 2.1) berechnen

$$x_d(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} x_d(p) = - \lim_{p \rightarrow 0} x(p) = 0 \quad .$$

Das Integral der quadratischen Regelfläche (Gleichung 5.28) läßt sich mit der Tabelle 5.3 lösen. Die höchste Potenz der Bildfunktion  $x(p)$  ist drei, so daß sich für  $n=3$  folgende Koeffizienten ergeben.

$$\begin{aligned} a_0 &= 0, & b_0 &= K_0, \\ a_1 &= T_N, & b_1 &= T_N (1 + K_0), \\ a_2 &= b_2 = 2 T_N T_1, \\ a_3 &= b_3 = T_N T_1^2. \end{aligned}$$

Somit ist

$$I_Q = \frac{C^2 T_N (5 + 4 K_0)}{2 T_1 (2 T_N + 2 K_0 T_N - K_0 T_1)} = \text{Min.} \quad .$$

Mit

$$\frac{I_Q}{K_0} = 0 = T_N (4 T_1 T_N - 10 T_1^2)$$

erhält man hier eine gute Einstellformel für die Nachstellzeit  $T_N$ . Daraus folgt

$$T_N = \frac{5 T_1}{2} \quad .$$

### Aufgabe 5.15 (S.232)

Setzt man für die Störfunktion die Einheitssprungfunktion mit der Amplitude  $C$  an, gilt  $z(p)=C$ .

Die Störübertragungsfunktion für das Angreifen der Störung zwischen Regler und Strecke liefert dann

$$x(p) = C \frac{F_S(p)}{1 + F_0(p)},$$

$$x(p) = C \frac{p K_S T_N}{K_0 + p T_N (1 + K_0) + 3 p^2 T_1 T_N + 3 p^2 T_1^2 T_N + p^4 T_1^3 T_N}.$$

Da die Regeldifferenz hier den Wert  $x_d(p) = -x(p)$  aufweist, läßt sich der Wert  $x_d(\infty)$  mit Hilfe des Grenzwertsatzes (Tabelle 2.1) berechnen

$$x_d(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} x_d(p) = - \lim_{p \rightarrow 0} x(p) = 0.$$

Das Integral der quadratischen Regelfläche (Gleichung 5.28) läßt sich mit der Tabelle 5.3 lösen. Die höchste Potenz der Bildfunktion  $x(p)$  ist vier, so daß sich für  $n=4$  schließlich ergibt

$$I_Q = \frac{3 C^2 K_S^2 T_N^3}{18 T_1 T_N^3 (1 + K_0) - 18 K_0 T_1^2 T_N^2 - 2 T_1 T_N^3 (1 + K_0)^2}.$$

Mit  $\frac{I_Q}{T_1} = 0$

erhält man eine gemischt quadratische Gleichung für  $K_R$ .

$$K_R = \frac{1}{K_S} \left[ \frac{7 T_N - 18 T_1}{2 T_N} \pm \sqrt{\left( \frac{7 T_N - 18 T_1}{2 T_N} \right)^2 + 8} \right].$$

Trägt man diese über dem Quotienten  $T_N/T_1$  auf (Bild 9.31), ergibt sich bei

$$T_N = 2,5714 T_1$$

ein Maximum der Reglerverstärkung mit dem Wert  $K_R=2,828$ . Dies gilt für eine Streckenverstärkung von  $K_S=1$ .



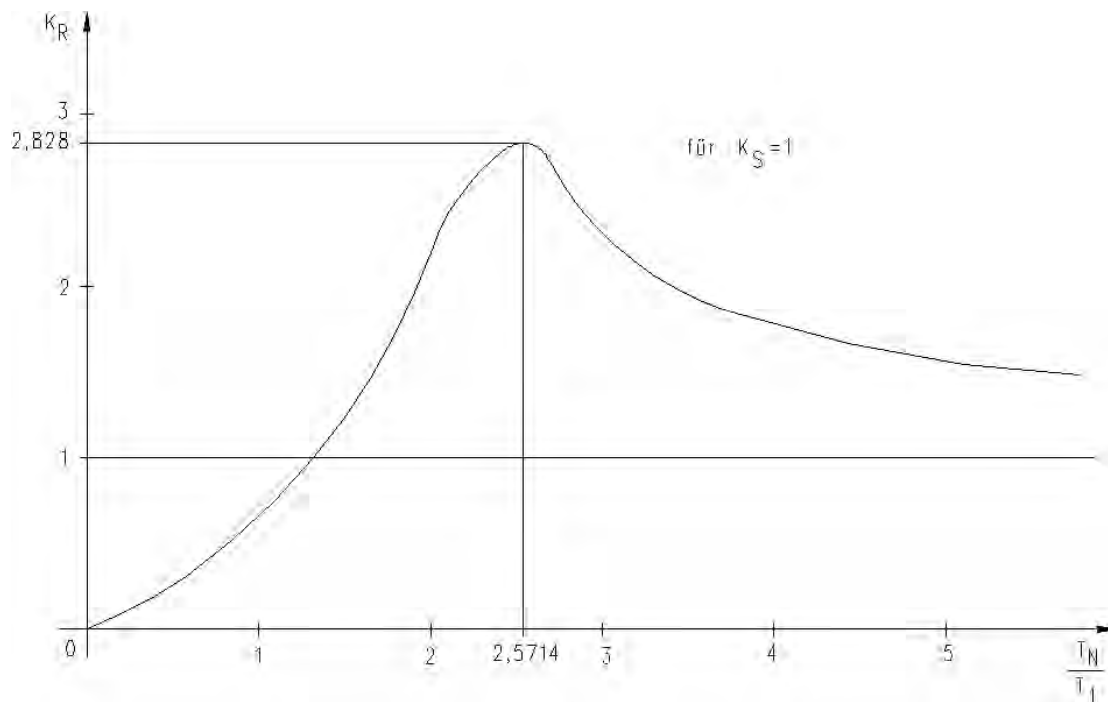


Bild 9.31 Verlauf der Reglerverstärkung als Funktion von  $T_N / T_1$

### Aufgabe 5.16 (S. 240)

Die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises lautet

$$F_0(p) = K_0 \frac{1 + p T_N}{p T_N (1 + p T_{11})(1 + p T_{12})}$$

Da  $T_{11} \gg T_{12}$  ist, läßt sich  $F_0(p)$  mit Hilfe der Umformregel Nr. 14, Tabelle 3.5 auf die Form der Gleichung 5.30 bringen.

$$F_0(p) = K_0 \frac{1 + p T_N}{p^2 T_{11} T_N (1 + p T_{12})}$$

Die Gleichung 5.31 liefert durch Koeffizientenvergleich  $T_b = T_{12}$ , so daß für  $R = 55$  eine Nachstellzeit von

$$T_N = m^2 T_{12} = 100,59 \text{ ms}$$

ermittelt wird. Die Gleichung 5.32 erbringt damit eine Durchtrittsfrequenz von

$$D = \frac{1}{m T_b} = \frac{1}{m T_{12}} = 31,53 \text{ Hz} .$$

Die Reglerverstärkung läßt sich mit Hilfe der Gleichung 5.33 angeben

$$K_R = \frac{T_a}{m K_S T_b} = \frac{T_{11}}{m K_S T_{12}} = 19,97 .$$

Zum Schluß ist die Randbedingung  $D T_{11} \gg 1$  der hier benutzten Umformregel Nr. 14 zu prüfen. Es ergibt sich  $D T_{11} = 59,907$ , so daß diese Umformung erlaubt ist.

#### Aufgabe 5.17 (S. 240)

Die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises lautet für  $T_N > T_V$

$$F_0(p) = \frac{K_0 (1 + p T_N)(1 + p T_V)}{p T_N (1 + p T_{11})(1 + p T_{12})(1 + p T_{13})(1 + p T_{14})} .$$

Da  $T_{11} \gg T_{12}, T_{13}, T_{14}$  ist, kann die Umformregeln Nr. 14 Tabelle 3.5 zur Bildung eines I-Gliedes angewendet werden, so folgt:

$$F_0(p) = \frac{K_0 (1 + p T_N)(1 + p T_V)}{p^2 T_N T_{11} (1 + p T_{12})(1 + p T_{13})(1 + p T_{14})}$$

Lösung A:

Wählt man  $T_V = T_{12} = 0,1 \text{ s}$ , läßt sich ein Verzögerungsglied mit dem Term  $(1 + p T_V)$  kürzen. Mit Umformregeln Nr. 13 Tabelle 3.5 ergibt sich dann für  $T_K = T_{13} + T_{14} = 0,02 \text{ s}$

$$F_0(p) = K_0 \frac{1 + p T_N}{p^2 T_{11} T_N (1 + p T_K)} .$$

Die Gleichungssatz 5.31 - 5.34 liefert durch Koeffizientenvergleich die gesuchten Parameter.

$$T_N = m^2 T_K = 0,279 \text{ s}$$

$$D = \frac{1}{m T_K} = 13,397 \text{ Hz} .$$

$$K_R = \frac{T_{11}}{m K_S T_K} = 3,148 .$$

Die beiden zu überprüfenden Randbedingungen  $T_N > T_V$  und  $D T_{11} \gg 1$  sind erfüllt. Weitere Lösungen ergeben sich für  $T_V = T_{13}$  sowie  $T_V = T_K = T_{13} + T_{14}$ .

Die Simulation entsprechend Lösung A mit der tatsächlichen  $PT_4$ -Strecke und dem PID-Regler ist in Bild 9.32 dargestellt. Dabei zeigt sich, daß die geforderte Phasenreserve von  $\varphi_R = 60^\circ$  sogar noch überschritten wird. Die Durchtrittsfrequenz, die ein Maß für die Dynamik der Regelung darstellt, liegt in der errechneten Größenordnung. Der Verlauf der Sprungantwort geht für eine Antriebsregelung sicher in Ordnung. Die kritische Reglerverstärkung ist erreicht, wenn die Phasenreserve  $\varphi_R = 0^\circ$  ist. Dann wird  $m=1$ , so daß gilt:

$$K_{R_{\text{krit}}} = \frac{T_{11}}{K_S T_K} = 11,75 .$$

#### Aufgabe 5.18 (S. 240)

Die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises lautet:

$$F_0(p) = K_0 \frac{(1 + pT_N)(1 + pT_V)}{p^2 T_N T_i (1 + pT_{11})(1 + pT_{12})} e^{-pT_t} \quad \text{für } T_N = 2,5 T_V$$

Mit  $e^{-pT_t} = \frac{1}{1 + pT_t}$  für  $D T_t = 0,1$  folgt:

$$F_0(p) = K_0 \frac{(1 + pT_N)(1 + pT_V)}{p^2 T_N T_i (1 + pT_{11})(1 + pT_{12})(1 + pT_t)}$$

#### Lösung A

Mit  $T_V = T_t = 0,001 \text{ s}$   
und  $T_K = T_{11} + T_{12} = 0,32 \text{ s}$

#### Lösung B

Mit  $T_V = T_K = T_{12} + T_t = 0,021 \text{ s}$

folgt:

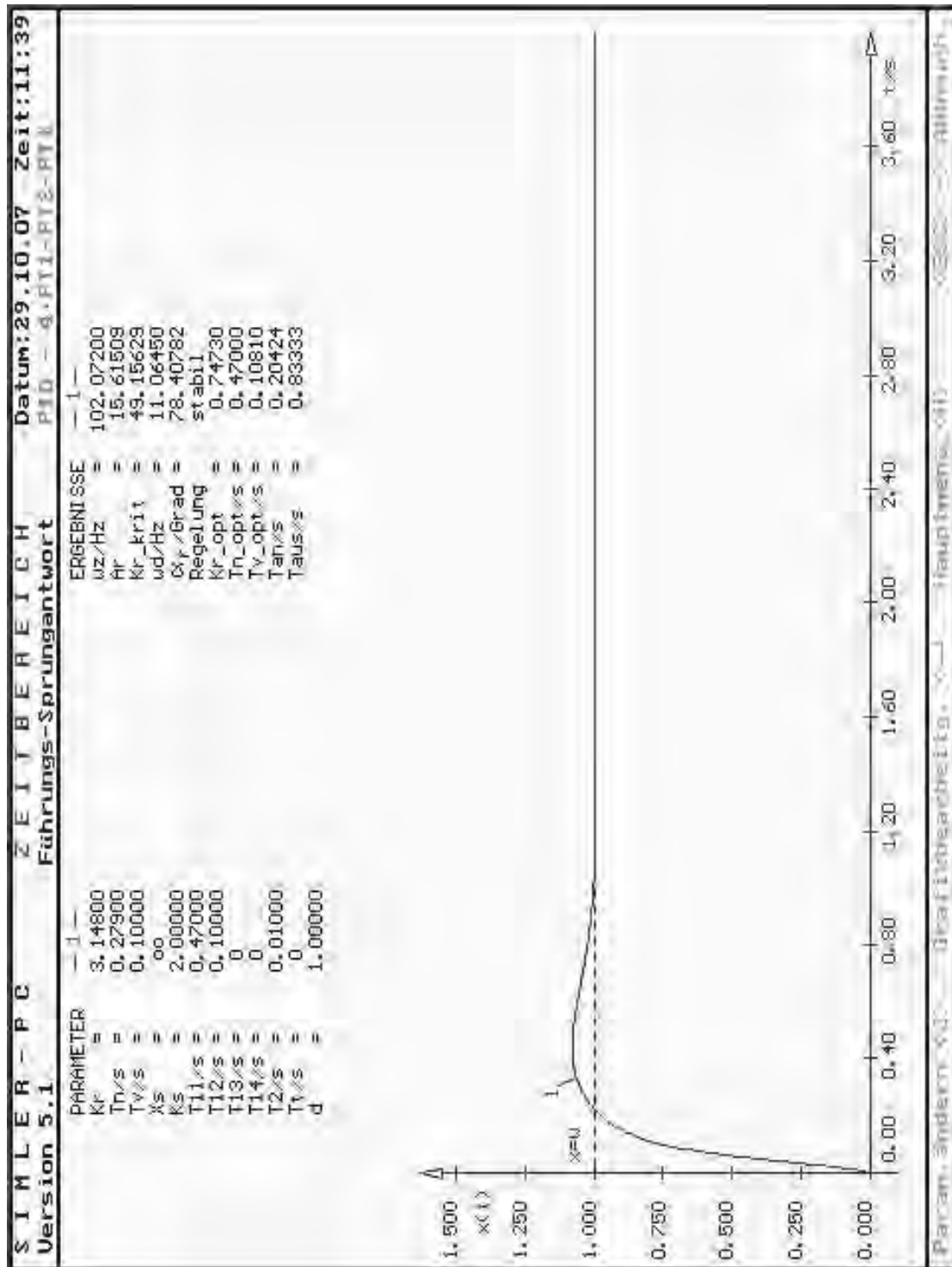


Bild 9.32 Simulation der Sprungantwort mit PID-Regler und PT4-Strecke

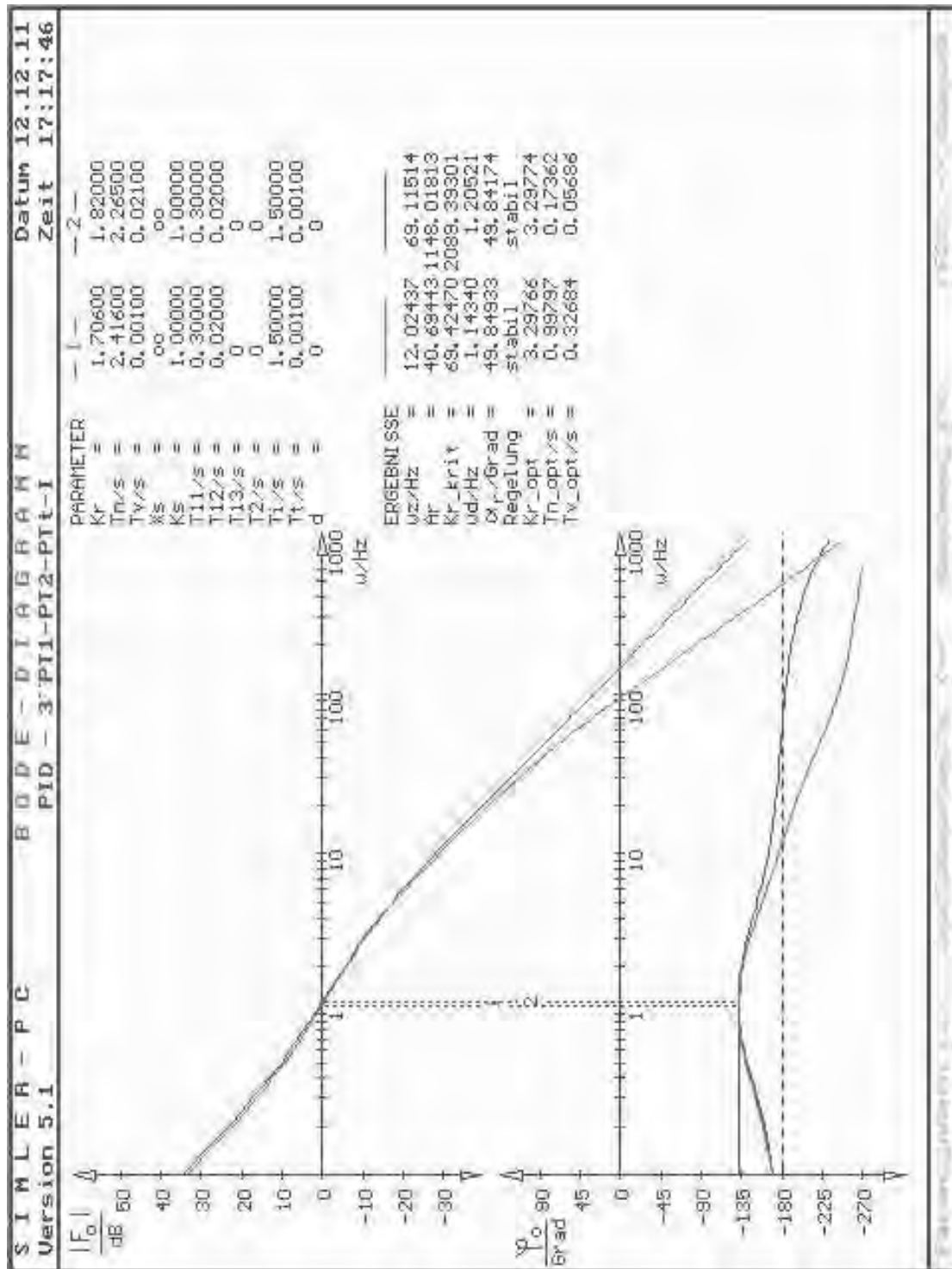


Bild 9.33

Bode-Diagramme der Lösungsvarianten A und B

$$F_0(p) = K_0 \frac{1 + pT_N}{p^2 T_N T_i (1 + pT_K)} \quad F_0(p) = K_0 \frac{1 + pT_N}{p^2 T_N T_i (1 + pT_{11})}$$

und damit ergeben sich die Reglerparameter zu:

$$\begin{aligned} T_N &= m^2 T_K = 2,416s & T_N &= m^2 T_{11} = 2,265s \\ D &= \frac{1}{m T_K} = 1,137 \text{ Hz} & D &= \frac{1}{m T_{11}} = 1,213 \text{ Hz} \\ K_R &= \frac{T_i}{m K_S T_K} = 1,706 & K_R &= \frac{T_i}{m K_S T_{11}} = 1,82 \end{aligned}$$

Beide Lösungsvarianten erfüllen die Randbedingungen (Bild 9.33).

Bei  $K_{Rkrit}$  ist  $\varphi_R = 0^\circ$ , so daß  $m=1$  wird. Damit ergibt sich beispielsweise für die Lösung B der Wert  $K_{Rkrit} = \frac{T_i}{K_S T_{11}} = 5,0$ .

#### Aufgabe 5.19 (S. 242)

Bei der Aufhebungskompensation mit dem PD<sub>2</sub>-Regler lassen sich zwei Regelstrecken mit PT<sub>1</sub>-Verhalten kompensieren.

Drei Simulationen zeigen im Vergleich die verschiedenen Einstellwerte des PD<sub>2</sub>-Reglers (Bild 9.34). Bei den Werten  $T_{V1}=T_{11}=10s$  und  $T_{V2}=T_{12}+T_{13}=8s$  erhält man einen nicht überschwingenden Verlauf.

#### Aufgabe 7.1 (S. 393)

Die Parameter dieser Strecke lassen sich nicht direkt mit Hilfe der Identifikationshinweise von SIMLER-PC identifizieren (Bild 9.35). Sie zeigt starkes Rauschen und Meßwerteinbrüche. Es ist jedoch zu sehen, daß die Strecke eine große Verzögerungszeitkonstante enthält, die von einer abklingenden Schwingung überlagert wird. Eine Totzeit ist ebenfalls zu erkennen. Diesen Sachverhalt kann man sich bei der Identifikation zu Nutze machen.

Aus der verrauschten Sprungantwort der Strecke kann mit dem Glättungsalgorithmus zunächst die Hauptzeitkonstante  $T_{11}$  ermittelt werden (Glättung auf Fensterbreite 100, 2 Durchläufe). Es ergibt sich dann (Bild 9.35 oben):

$$K_S = 1 \quad \text{und} \quad T_{11} = 9,3s \quad \text{sowie} \quad T_t = 0,7s$$

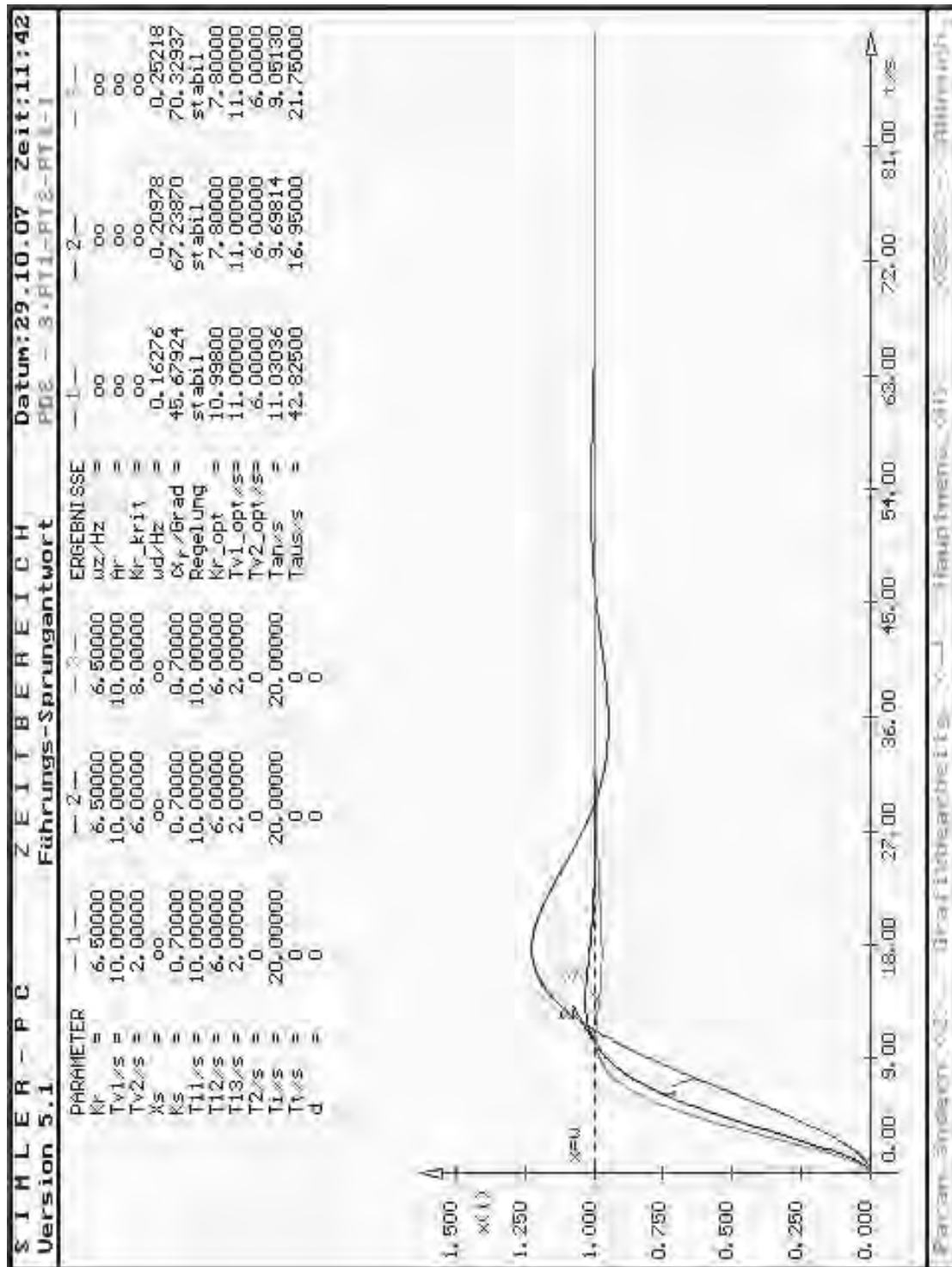


Bild 9.34      Simulationen zur Aufhebungskompensation

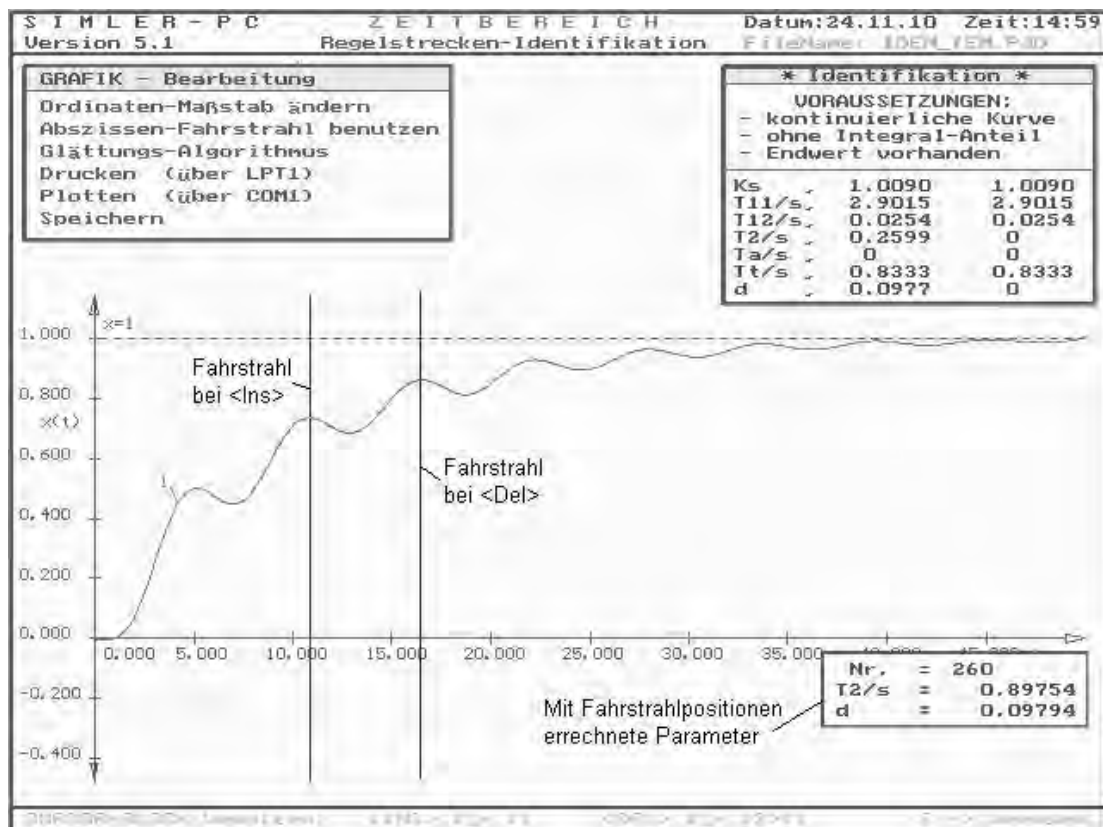
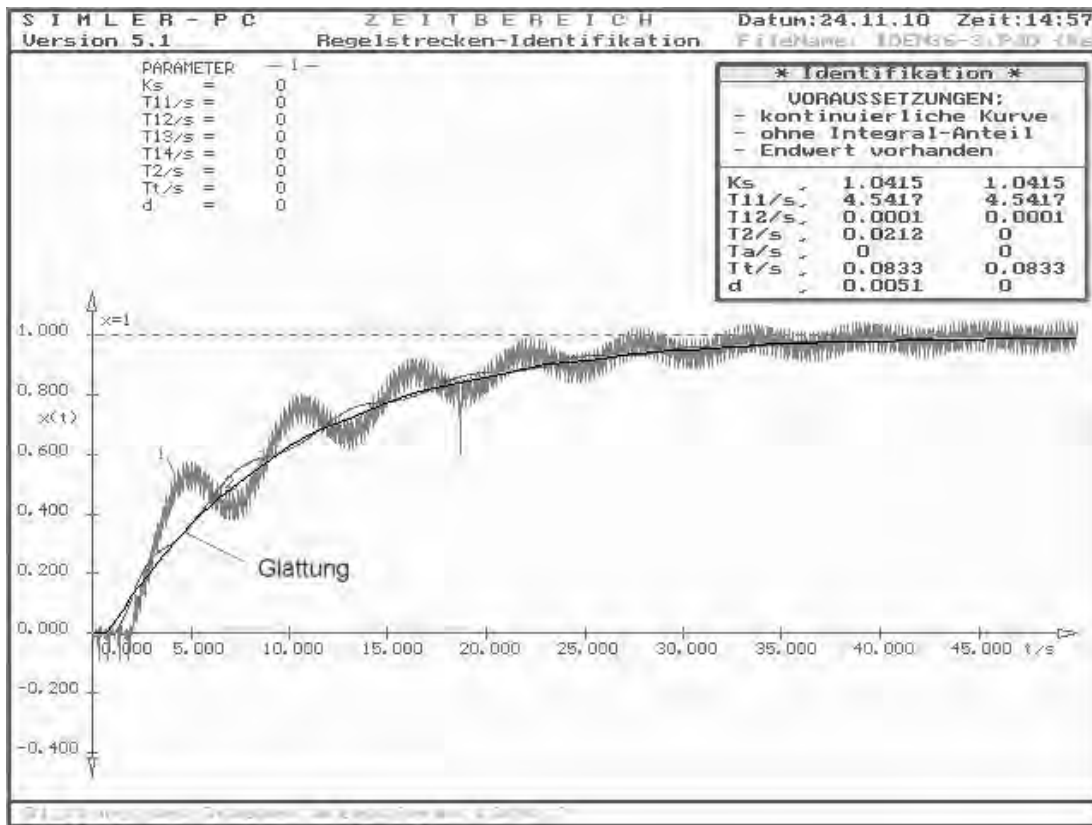


Bild 9.35 Ermitteln der Parameter  $T_{11}$ ,  $T_t$ ,  $T_2$  und  $d$  mit Hilfe von SIMLER-PC



Anschließend wird der File IDEN36-3.PJD nochmals geladen. Mit Hilfe einer anderen Glättung (Fensterbreite 20, 1 Durchlauf) kann man die Schwingung des  $PT_2$ -Anteils der Strecke erkennen (Bild 9.35 unten, File IDEN\_TEM.PJD). Nun auf eine Kuppe der Schwingung mit dem Fahrstrahl fahren und mit der Taste <Ins> markieren, dann auf eine zeitlich nachfolgende Kuppe fahren und mit der Taste <Del> markieren. Jetzt erscheinen im Fenster unten rechts die Werte der Schwingung.

$T_2$  0,898 s    und die Dämpfung    d 0,098

Lädt man den File IDEN\_TEM.PJD nochmals und geht mit allen gefundenen Werten in die Parameter-Eingabe, läßt sich nach ein paar Versuchen eine sehr gute Übereinstimmung mit der zu identifizierenden Regelstrecke herstellen. Die Sprungantwort des Files IDEN36-3.PJD stellt demnach insgesamt eine schwach gedämpfte  $PT_1$ - $PT_2$ - $PT_t$ -Strecke dar, deren Parameter lauten:

$K_S$  1     $T_{11}$  9,3s     $T_t$  0,5s     $T_2$  0,91s    d 0,05

Bei der Wahl des Reglers zeigt sich, daß ein PID-Regler ungeeignet ist. Erst die  $F_{Rt}$ -Wurzelrekursion (Gl. 7.7) bringt das gewünschte Ergebnis (Bild 9.36). Es wurde zusätzlich nach 120s ein Störimpuls zwischen Regler und Strecke von 20% Amplitude eingebracht, der ebenfalls gut ausgeregelt wird.

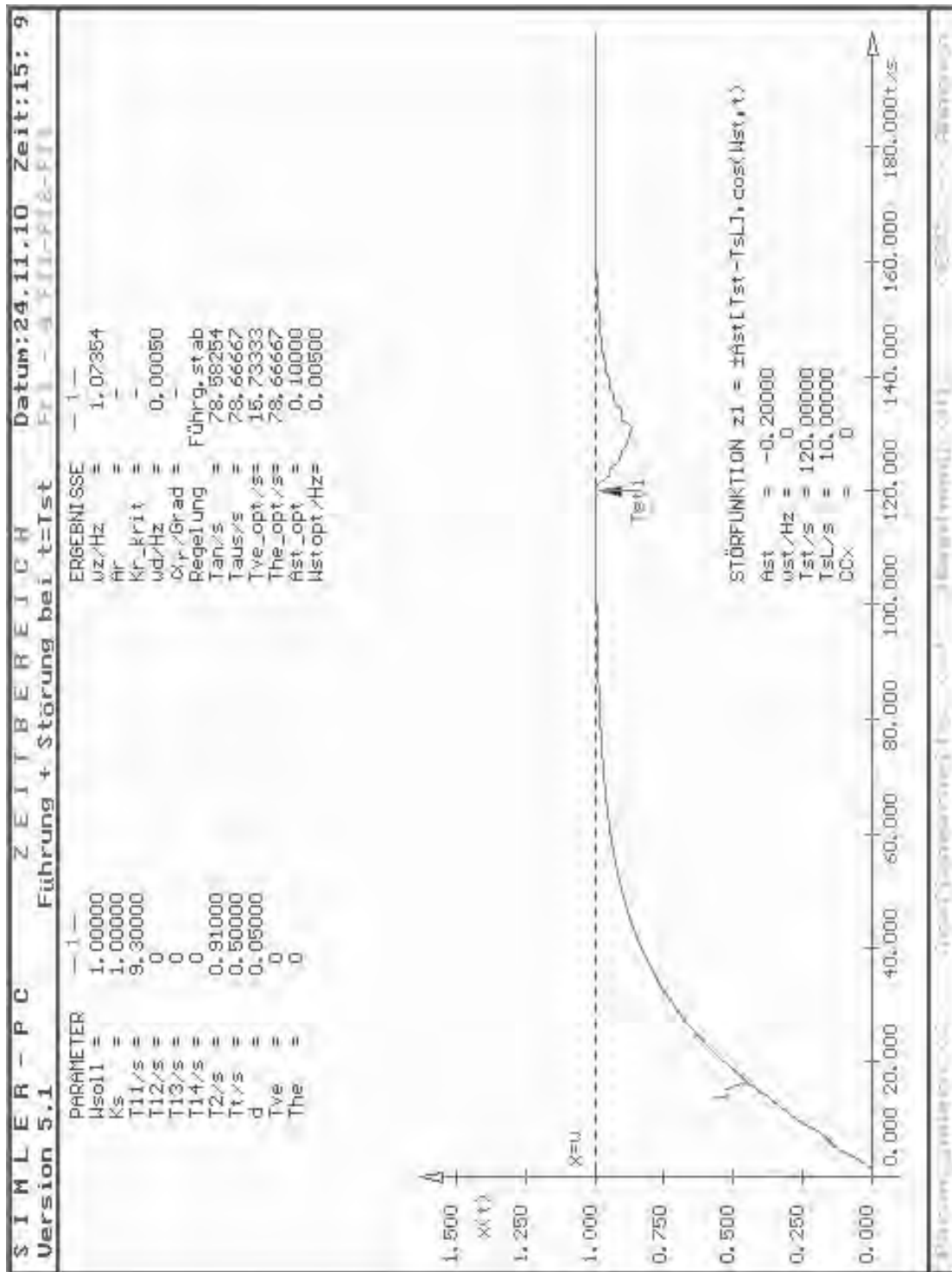


Bild 9.36 Simulation der Ergebnisse mit der  $F_{Rt}$ -Wurzelrekursion

Aufgabe 7.2 (S. 393)

[nach: Thomas-Evangelium Nr.50, GNOSIS, Pattloch-Verlag] und /86/

Jesus sprach:

*Wenn man euch fragt: "Woher seid ihr gekommen?", antwortet ihnen: "Wir kamen aus dem Licht, von dem Ort, wo das Licht aus sich selbst entsteht."*

*Wenn man euch fragt: "Wer seid ihr?", so antwortet ihnen: "Wir sind Söhne des Lichtes und wir sind die Erwählten des VATERS."*

*Wenn man euch fragt: "Was ist das Zeichen eures Vaters an euch?", so antwortet ihnen: "Es ist Bewegung in der Stille aus Liebe."*

## 9.2 Klausuren

Zum weiteren Einüben des Stoffes sind im Folgenden einige typische Klausuren für Studierende mit den Lösungen aufgeführt.

Für die Aufgaben des Symmetrischen Optimums hier die Zusammenfassung der benötigten Gleichungen 5.30 - 5.34.

$$F_0(p) = K_0 \frac{1 + pT_N}{p^2 T_N T_a (1 + pT_b)}$$

$$m = \frac{1 + \sin R}{\cos R}$$

$$T_N = m^2 T_b$$

$$D = \frac{1}{m T_b}$$

$$K_R = \frac{T_a}{m K_S T_b}$$

Zur näherungsweisen Umrechnung der  $PT_1$ - in eine I-Strecke, des Totzeitgliedes in eine  $PT_1$ -Strecke, der Zusammenfassung von kleinen Zeitkonstanten und bei Einsatz des PID-Reglers werden folgende Umrechnungen benutzt:

$$\frac{1}{1 + pT_1} \approx \frac{1}{pT_1} \quad \text{mit} \quad D T_1 \gg 1$$

$$e^{-pT_t} \approx \frac{1}{1 + pT_t} \quad \text{mit} \quad D T_t \ll 1$$

$$\frac{1}{(1 + pT_1)(1 + pT_2) \dots (1 + pT_n)} \approx \frac{1}{1 + pT_K} \quad \text{mit} \quad T_K = \sum_{i=1}^n T_i$$

$$F_R(p) = K_R \frac{(1 + pT_N)(1 + pT_V)}{pT_N} \quad \text{für} \quad T_N \approx 2,5 T_V$$

## REGELTECHNIK Klausur A

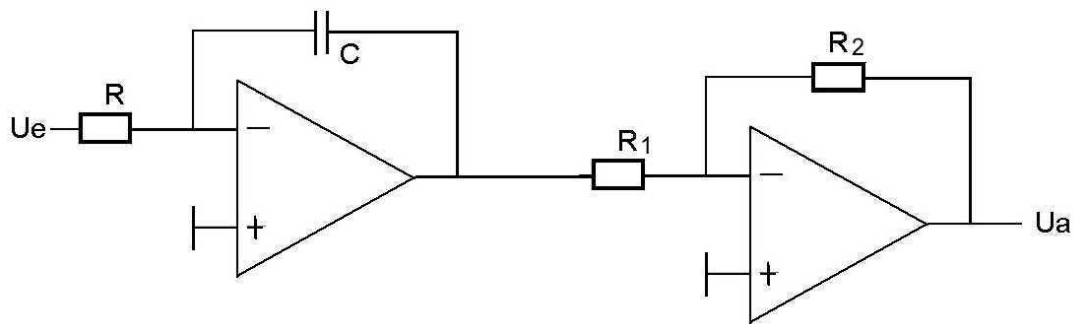
### 1. Aufg.

Es ist die lineare Differentialgleichung  $\ddot{u} + b^2\dot{u} = b^2\dot{w}$  gegeben.

Ermitteln Sie  $F(p)=u(p)/w(p)$  sowie  $f(t)$ .

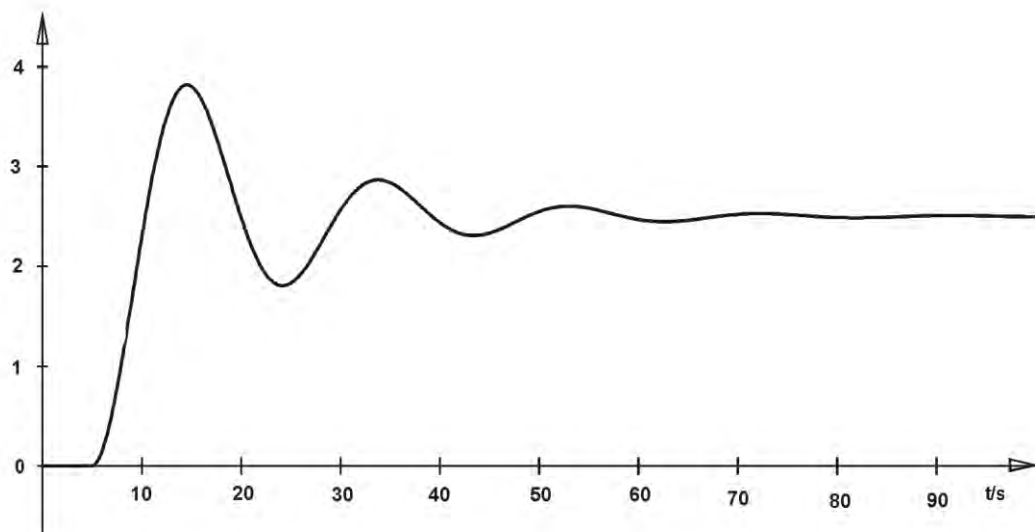
### 2. Aufg.

Für die folgende Schaltung ist die Übertragungsfunktion  $F(p)=U_a(p)/U_e(p)$  gesucht.



### 3. Aufg.

Es wurde die Sprungantwort einer Regelstrecke aufgenommen. Ermitteln Sie die Streckenparameter und geben den passenden Reglertyp an.



## 4. Aufg.

Es sind mit dem Symmetrischen Optimum (S.O.) die Werte  $K_R$ ,  $T_N$  und  $T_V$  eines Reglers zu bestimmen.

geg.:  $K_S=0,6$   $T_{11}=19s$   $T_{12}=136s$   $T_{13}=4s$   $T_t=0,2s$   $\varphi_R = 50^\circ$

ges.: a)  $F_o(p)$ ;  $F_o(p)$  auf das S.O. angepaßt; Reglerparameter u.  $D$

b) Wie groß wäre die Durchtrittsfrequenz für einen funktionierenden Fall (Randbedingungen des S.O. erfüllt), wenn sich die Regelung an der Stabilitätsgrenze befindet?

## 5. Aufg.

Es ist ein Regelkreis mit Hilfe des BODE-Diagramms zu untersuchen.

geg.:  $K_R=1,78$   $\nu = 0,25\text{Hz}$   $X_S=5,623$

$K_{S1}=1$   $E_{11} = 8\text{Hz}$

$K_{S2}=0,562$   $\omega_0 = 0,4\text{Hz}$

$i = 0,7\text{Hz}$

ges.: a)  $D$ ;  $R$ ; stabil ?

b)  $K_{R\text{krit}}$  und  $z$

c)  $K_R^*$  für  $D^*=0,35\text{Hz}$  sowie  $R^*$ .

## REGELTECHNIK Klausur B

### 1. Aufg.

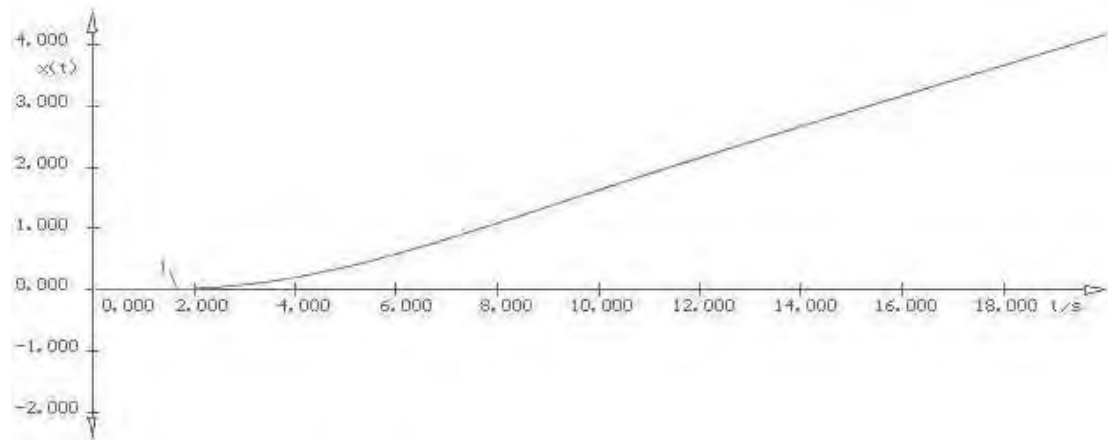
Für die Differentialgleichung  $\ddot{x} + k \dot{x} + m \ddot{x} + k m x = \dot{w}$  sind  $F(p)=x(p)/w(p)$  und  $f(t)$  gesucht.

### 2. Aufg.

Für zwei in Reihe liegende identische  $PT_1$ -Strecken wurde bei der Eckfrequenz  $\omega_{E1}$  ein  $|F|=3,162$  gemessen. Ermitteln Sie die Gesamtstreckenverstärkung  $K_S$ .

### 3. Aufg.

Es wurde die Sprungantwort einer Strecke ohne Ausgleich aufgenommen. Geben Sie die Reglerparameter für einen P-Regler bei aperiodischem Führungsverhalten mit Hilfe der Einstellwerte von Chien, Hrones, Reswick an.



## 4. Aufg.

Es sind mit dem Symmetrischen Optimum die Reglerparameter  $K_R$ ,  $T_N$  und  $T_V$  zu bestimmen.

weg.:  $K=2$   $T_{11}=9s$   $T_{12}=0,2s$   $T_2=0,3s$   $d=1$   $T_t=0,03s$   $\varphi_R = 30^\circ$

ges.: a)  $F(p)$ ;  $F(p)$  auf das S.O. angepaßt; Reglerparameter u.  $D$

b) Wie groß wäre die Ersatzzeitkonstante  $T$  (*bei funktionierendem Fall*), wenn die Randbedingung des PID-Reglers gerade noch erfüllt ist?

## 5. Aufg.

Es ist ein Regelkreis mit Hilfe des BODE-Diagramms zu untersuchen.

geg.:  $K_R=3,162$   $\omega_N = 0,15\text{Hz}$   $\omega_V = 2,5\text{Hz}$   $X_S=5,623$

$K_{S1}=K_{S2}=1$   $E_{11} = E_{12} = 0,2 \text{ Hz}$

$K_{S3}=1,78$   $T_t = 0,1s$

ges.: a)  $D$ ;  $R$ ; stabil ?

b)  $K_{R\text{krit}}$  und  $z$

c)  $K_{R^*}$  für  $D^* = 0,1\text{Hz}$  sowie  $R^*$ .



## REGELTECHNIK Klausur C

### 1. Aufg.

Es ist die Differentialgleichung  $\ddot{x} + \dot{x}(a+3) + 3ax = \dot{z}$  gegeben. Errechnen Sie die Übertragungsfunktion  $F(p)=x(p)/z(p)$  sowie  $f(t)$ .

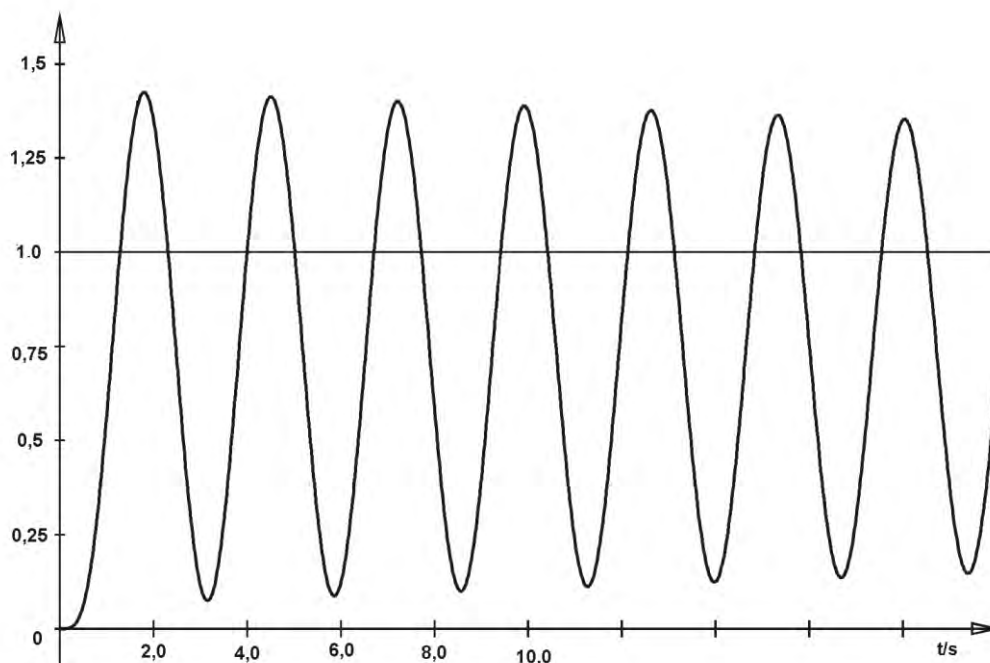
### 2. Aufg.

Die folgende Gleichung ist in ein reguläres  $PT_2$ -Glied umzurechnen (Einheiten unberücksichtigt). Geben Sie die Verstärkung  $K_S$  sowie die zugehörigen Formeln für  $T_2$  und  $d$  an.

$$F(p) = \frac{1}{p^2 + 2p + 5}$$

### 3. Aufg.

Es wurde die Sprungantwort eines geschlossenen Regelkreises mit P-Regler aufgenommen ( $K_{Rkrit}=7$ ). Die Regelung ist für einen PID-Regler nach Ziegler-Nichols zu optimieren.



## 4. Aufg.

Es ist mit Hilfe des Symm. Optimums. ein Regler mit  $K_R$ ,  $T_N$ ,  $T_V$  zu optimieren.

geg.:  $K_S=0,4$   $T_{11}=53s$  und drei gleiche  $PT_1$ -Glieder mit  $T_{12}=1,8s$   
sowie  $T_t=0,15s$  für  $\varphi_R = 60^\circ$

- ges.: a)  $F_o(p)$ ;  $F_o(p)$  auf das S.O. angepaßt; Reglerparameter u.  $D$   
b) Für welches "m" wird die Randbedingung des PID-Reglers gerade noch erfüllt (bei einem *funktionierenden* Fall)?

## 5. Aufg.

Es ist ein Regelkreis mit Hilfe des BODE-Diagramms zu untersuchen.

geg.:  $K_R=3,162$   $N = 25Hz$   $v = 100Hz$   $X_S=7,5$   
 $K_{S1}=K_{S2}=1$   $E_{11} = E_{12} = 30Hz$   
 $K_{S3}=1$   $\omega_0 = 90Hz$

- ges.: a)  $D$ ;  $R$ ; stabil ?  
b)  $K_{Rkrit}$  und  $z$   
c)  $K_R^*$  für  $\varphi_R^* = 45^\circ$  bei reduzierter Regeldynamik sowie  $D^*$

## Lösungen Klausur A

1. Aufg.

$$F(p) = \frac{b^2}{p - b^2} \quad f(t) = 1 - e^{-b^2 t}$$

2. Aufg.

Mit Gleichung (2.10) folgt

$$F(p) = K_p \frac{1}{pT_i} \quad \text{mit} \quad K_p = \frac{R_2}{R_1} \quad \text{und} \quad T_i = RC$$

3. Aufg.

Mit den Formeln aus S. 96 ergeben sich aus der Graphik die Parameter  $d$  und  $T_2$ . Geeignet ist für die Strecke der PI- oder PID-Regler.

4. Aufg. (siehe Abschnitt 5.5.2)

$$F_o(p) = K_o \frac{(1 - pT_N)(1 - pT_V)}{pT_N(1 - pT_{11})(1 - pT_{12})(1 - pT_{13})} e^{-pT_t} \quad \text{für} \quad T_N < T_V$$

$$\text{Mit} \quad \frac{1}{1 + pT_{12}} = \frac{1}{pT_{12}} \quad \text{für} \quad dT_{12} = 1$$

$$\text{und} \quad e^{-pT_t} = \frac{1}{1 + pT_t} \quad \text{für} \quad dT_t = 1$$

$$\text{folgt} \quad F_o(p) = K_o \frac{(1 - pT_N)(1 - pT_V)}{p^2 T_N T_{12} (1 - pT_{11})(1 - pT_{13})(1 - pT_t)}$$

### Variante 1

Für  $T_V = T_{13}$  und  $T_K = T_{11} + T_t$  folgt

$$F_o(p) = K_o \frac{1 - pT_N}{p^2 T_N T_{12} (1 - pT_K)}$$

$$T_N = m^2 T_K \quad d = \frac{1}{m T_K} \quad K_R = \frac{T_{12}}{m K_S T_K} \quad \text{Randbed. erfüllt}$$

**Variante 2**

Für  $T_V = T_K = T_{11} + T_t$  folgt

$$F_o(p) = K_o \frac{1 + pT_N}{p^2 T_N T_{12} (1 + pT_{13})}$$

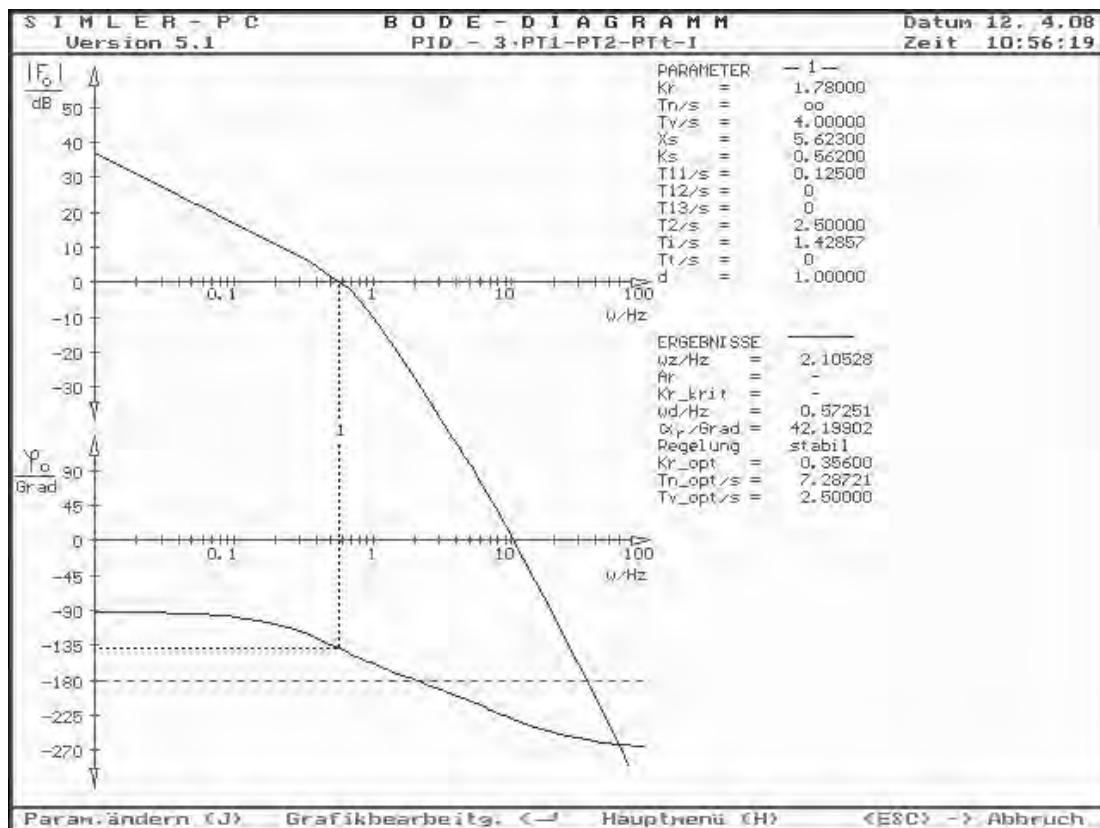
$$T_N = m^2 T_{13} \quad D = \frac{1}{m T_{13}} \quad K_R = \frac{T_{12}}{m K_S T_{13}} \quad \text{Randbed. für den PID-Regler nicht erfüllt}$$

**Variante 3**

$$T_V = T_{11} \quad \text{und} \quad T_K = T_{13} + T_t$$

b)  $D = \frac{1}{T_K}$  da  $m=1$  an der Stabilitätsgrenze

5. Aufg.



**Lösungen Klausur B**

1. Aufg.

$$F(p) = \frac{p}{(p-k)(p-m)} \quad f(t) = \frac{e^{-mt} - e^{-kt}}{k-m}$$

2. Aufg.

Mit Gleichung (2.10) folgt

$$|F(j\omega)| = 3,162 \quad K_S = \frac{1}{2} \quad \text{d.h.} \quad K_S = 6,324$$

3. Aufg. (siehe Abschnitt 4.1.2 Bild 4.7 b und Tabelle 4.2)

$$T_k = 3,8s \quad \text{und} \quad K_{iS} = 0,15s^{-1} \quad \text{damit} \quad K_R = \frac{0,3}{K_{iS}T_k} = 0,53$$

4. Aufg. (siehe Abschnitt 5.5.2)

$$F_o(p) = K_o \frac{(1-pT_N)(1-pT_V)}{pT_N(1-pT_{11})(1-pT_{12})(1-pT_2)^2} e^{-pTt} \quad \text{für} \quad T_N < T_V$$

$$\text{Mit} \quad \frac{1}{1+pT_{11}} = \frac{1}{pT_{11}} \quad \text{für} \quad pT_{11} > 1$$

$$\text{und} \quad e^{-pTt} = \frac{1}{1+pTt} \quad \text{für} \quad pTt > 1$$

$$\text{folgt} \quad F_o(p) = K_o \frac{(1-pT_N)(1-pT_V)}{p^2T_NT_{11}(1-pT_{12})(1-pT_2)^2(1-pT_t)}$$

**Variante 1**Für  $T_V = T_t$  und  $T_K = T_{12} + 2T_2$  folgt

$$F_o(p) = K_o \frac{1-pT_N}{p^2T_NT_{11}(1-pT_K)}$$

$$T_N = m^2 T_K \quad D = \frac{1}{m T_K} \quad K_R = \frac{T_{11}}{m K_S T_K} \quad \text{Randbed. erfüllt}$$

**Variante 2**

Für  $T_V=T_{12}$  und  $T_K=T_t+2T_2$  folgt

$$F_o(p) = K_o \frac{1 \cdot p T_N}{p^2 T_N T_{11} (1 + p T_K)}$$

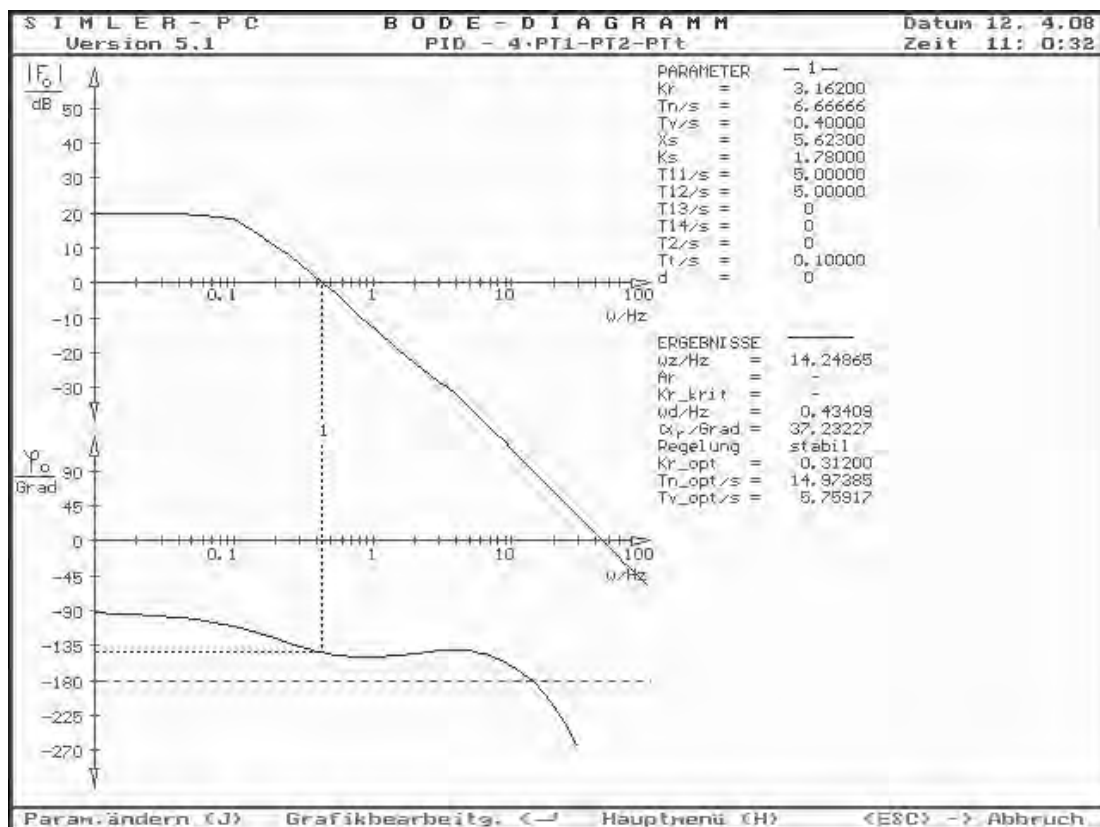
$$T_N = m^2 T_K \quad D = \frac{1}{m T_K} \quad K_R = \frac{T_{11}}{m K_S T_K}$$

**Variante 3**

$$T_V = T_K = T_t + 2T_2$$

b)  $T_N = 2,5 T_V = m^2 T_K$  daher  $T_K = \frac{2,5 T_V}{m^2}$

5. Aufg.



## Lösungen Klausur C

1. Aufg.

$$F(p) = \frac{p}{(p-a)(p-3)} \quad f(t) = \frac{e^{3t} - e^{at}}{a-3}$$

2. Aufg.

Durch Koeffizientenvergleich mit Gleichung (3.30) folgt

$$K_S = \frac{1}{5} \quad T_2 = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad d = \frac{1}{5T_2}$$

3. Aufg.

Die Formeln aus Tabelle 4.3 Seite 149 ergeben für  $T_{\text{Krit}} = 2,7\text{s}$  (aus der Graphik abgemessen) die Parameter des PID-Reglers.

4. Aufg. (siehe Abschnitt 5.5.2)

$$F_o(p) = K_o \frac{(1-pT_N)(1-pT_V)}{pT_N(1-pT_{11})(1-pT_{12})^3} e^{-pT_t} \quad \text{für } T_N = T_V$$

$$\text{Mit } \frac{1}{1+pT_{11}} = \frac{1}{pT_{11}} \quad \text{für } D_{T_{11}} = 1$$

$$\text{und } e^{-pT_t} = \frac{1}{1+pT_t} \quad \text{für } D_{T_t} = 1$$

$$\text{folgt } F_o(p) = K_o \frac{(1-pT_N)(1-pT_V)}{p^2 T_N T_{11} (1-pT_{12})^3 (1-pT_t)}$$

### Variante 1

Für  $T_V = T_t$  und  $T_K = 3T_{12}$  folgt

$$F_o(p) = K_o \frac{1-pT_N}{p^2 T_N T_{11} (1-pT_K)}$$

$$T_N = m^2 T_K \quad D = \frac{1}{m T_K} \quad K_R = \frac{T_{11}}{m K_S T_K} \quad \text{Randbed. erfüllt}$$

**Variante 2**

Für  $T_V=T_{12}$  und  $T_K=T_t+2T_{12}$  folgt

$$F_o(p) = K_o \frac{1 + pT_N}{p^2 T_N T_{11} (1 + pT_K)}$$

$$T_N = m^2 T_K \quad D = \frac{1}{m T_K} \quad K_R = \frac{T_{11}}{m K_S T_K} \quad \text{Randbed. erfüllt}$$

**Variante 3**

$$T_V = T_K = T_t + 2T_{12}$$

b)  $m = \sqrt{\frac{2,5 T_V}{T_K}}$

5. Aufg

